



Inštitut za ekonomska raziskovanja  
Institute for Economic Research



Nacionalni inštitut  
za javno zdravje



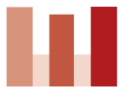
*Stoletje izkušenj za zdravo prihodnost*



# Metode ocenjevanja vzročnih učinkov ukrepov (causal inference)

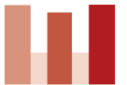
**Dr. Andrej Srakar**

Inštitut za ekonomska raziskovanja in Ekonomska fakulteta Univerze v Ljubljani, koordinator projekta YoungStatS



# Načrt predstavitve

- Uvod v vzročnost
- Pristop potencialnih izidov
- Pristop grafičnih modelov (DAG)
- Nekaterne temeljne metode obeh pristopov
- Sodobnejši napredki
- Sklep




# Uvod v vzročnost

**Chamberlain Seminar**

Home

▼ Past Seminars

Feedback and Speaker/Discussion Suggestions



## The Gary Chamberlain Online Seminar in Econometrics

A regular open online international inter-institutional econometrics seminar in honor of Gary Chamberlain (1948-2020). You can find Gary Chamberlain's [doctoral dissertation](#) here, as well as a set of [lecture notes](#) here for a graduate econometrics class taught at Harvard in 2016, courtesy of Paul Goldsmith-Browham. Here is a [link to a paper](#) by Gary recently published in the Journal of Econometrics.

### Mailing List

To stay up to date about upcoming presentations please [join our mailing list!](#)

### Upcoming Seminar Presentations

All seminars are Fridays at noon ET (5pm London / 11am CT / 9am PT). The Chamberlain Seminar is on summer break and will return in September.

### Seminar Calendar

Monday 19 June

Displaying events after 18:00. [Link for earlier events](#)

Displaying events until 31/7. [Link for more](#)

### Format and Rules

The seminars are held on Zoom and last 90 minutes:

- 60 minutes of presentation
- 15 minutes total of comments and questions by two or three designated panelists

OCIS

Home Past Talks and Recordings Instructions for Attendees Opportunities in Causal Inference Credits and Links

## Online Causal Inference Seminar

A regular international causal inference seminar.

### Mailing List

To stay up-to-date about upcoming presentations and receive Zoom Invitations please [join our mailing list!](#) You will receive an email to confirm your subscription. If you are already subscribed to our mailing list and would like to unsubscribe, you may [unsubscribe here](#).

### Suggest a speaker

If there is anyone you would like to hear at the Online Causal Inference Seminar, you may let us know [here](#).

### Opportunities in Causal Inference

Please check out our [opportunities in causal inference](#) page for conferences, workshops, and job listings! If you would like us to list an opportunity, please email us at [ofc@causalinferenceseminar@gmail.com](mailto:ofc@causalinferenceseminar@gmail.com).

### Youtube channel

Follow us on [youtube!](#)

### Upcoming Seminar Presentations

All seminars are on Tuesdays at 8:30 am PT / 11:30 am ET / 4:30 pm London / 5:30 pm Berlin / 11:30 pm Beijing.

Stay tuned for our fall schedule after the summer break!

One World Project

About


Mailing List

▼ One World Probability Seminar

▼ One World School

Our Goals


Other Worlds



## Welcome to the One World Probability project!


The One World Probability project is an online platform for research seminars, workshops and schools in probability theory. Started during the Covid-19 epidemic in 2020, the project intends to bring together researchers from all over the world in a virtual and inclusive environment. The project is a community-wide initiative supported by the [Bernoulli Society](#) and the [Institute of Mathematical Statistics](#). It runs the regular online One World Probability Seminar, and supports online workshops and schools. The project has an experimental character. We will need to understand how to work with online tools and learn how to deal with the vulnerabilities and bottlenecks of online traffic. Please join us in the long journey ahead!

The project benefits from many volunteers from all over the world that help to chair seminar talks, organize schools, design websites (thanks to Andrijs Gatautis), etc.



**Bernoulli Society**  
for Mathematical Statistics  
and Probability

## Advances in Difference-in-Differences in Econometrics



Clement

Andrej Srakar

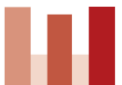
Lihua Lei

Jonathan Roth

Pedro Sant'Anna

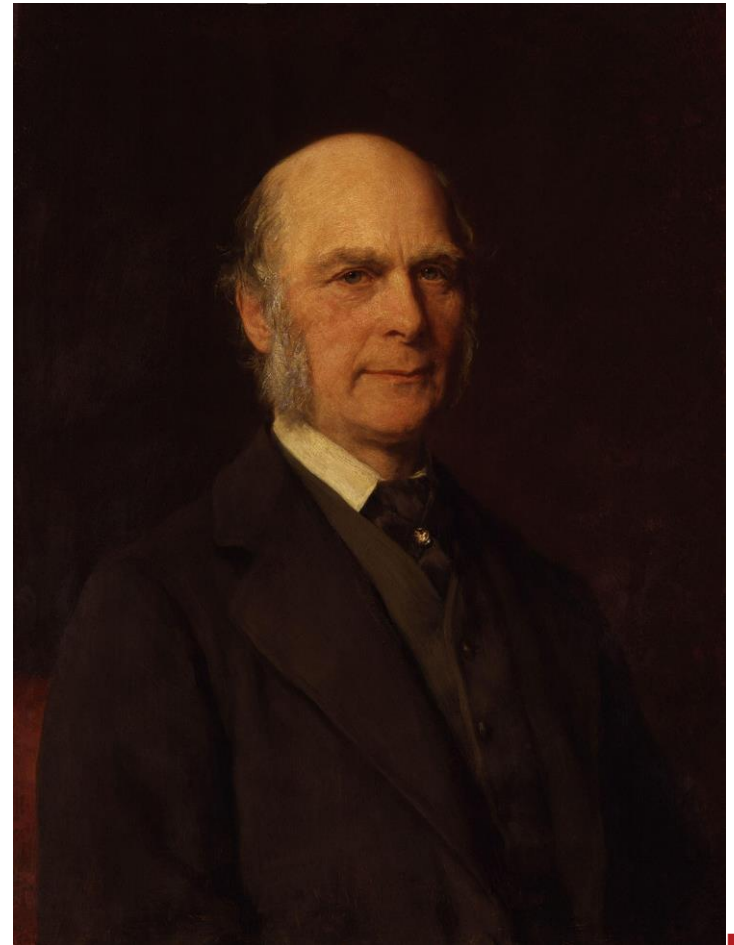
Brantly Callaway

zoom



# O korelaciji, regresiji in vzročnosti

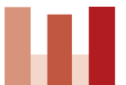
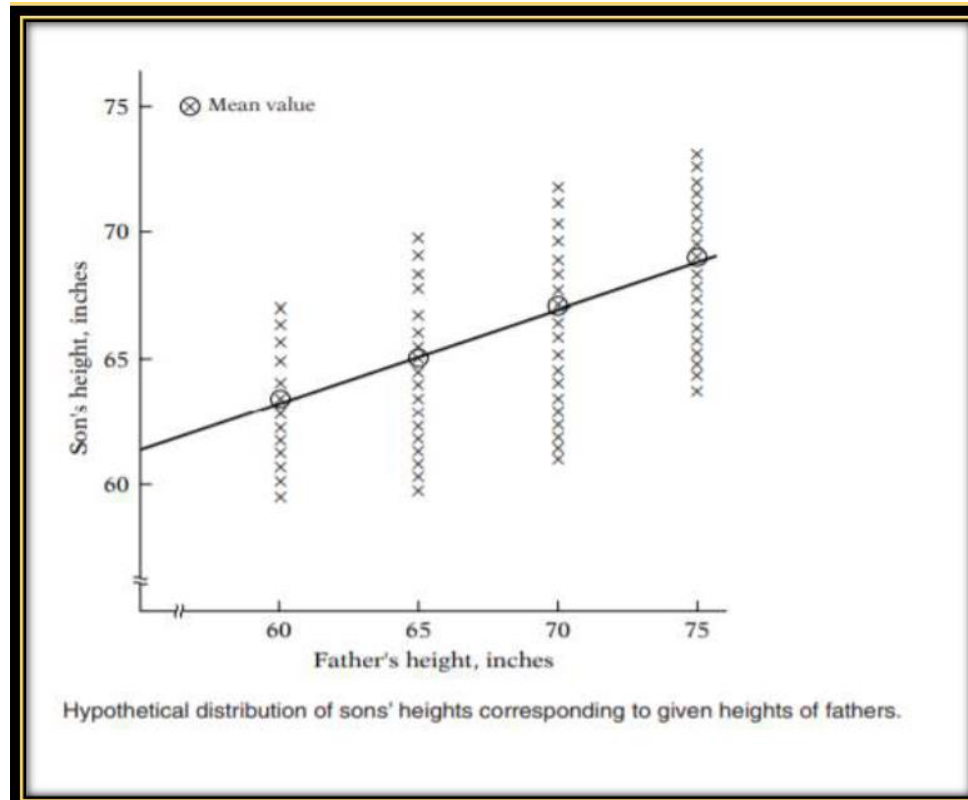
Regresija (desno: Francis Galton):  
Regresijska analiza se ukvarja s preučevanjem odvisnosti ene spremenljivke od ene ali več drugih spremenljivk z namenom ocenjevanja in/ali napovedovanja povprečne vrednosti spremenljivke v populaciji ali povprečne vrednosti prve spremenljivke glede na znane vrednosti druge.



# O korelaciji, regresiji in vzročnosti

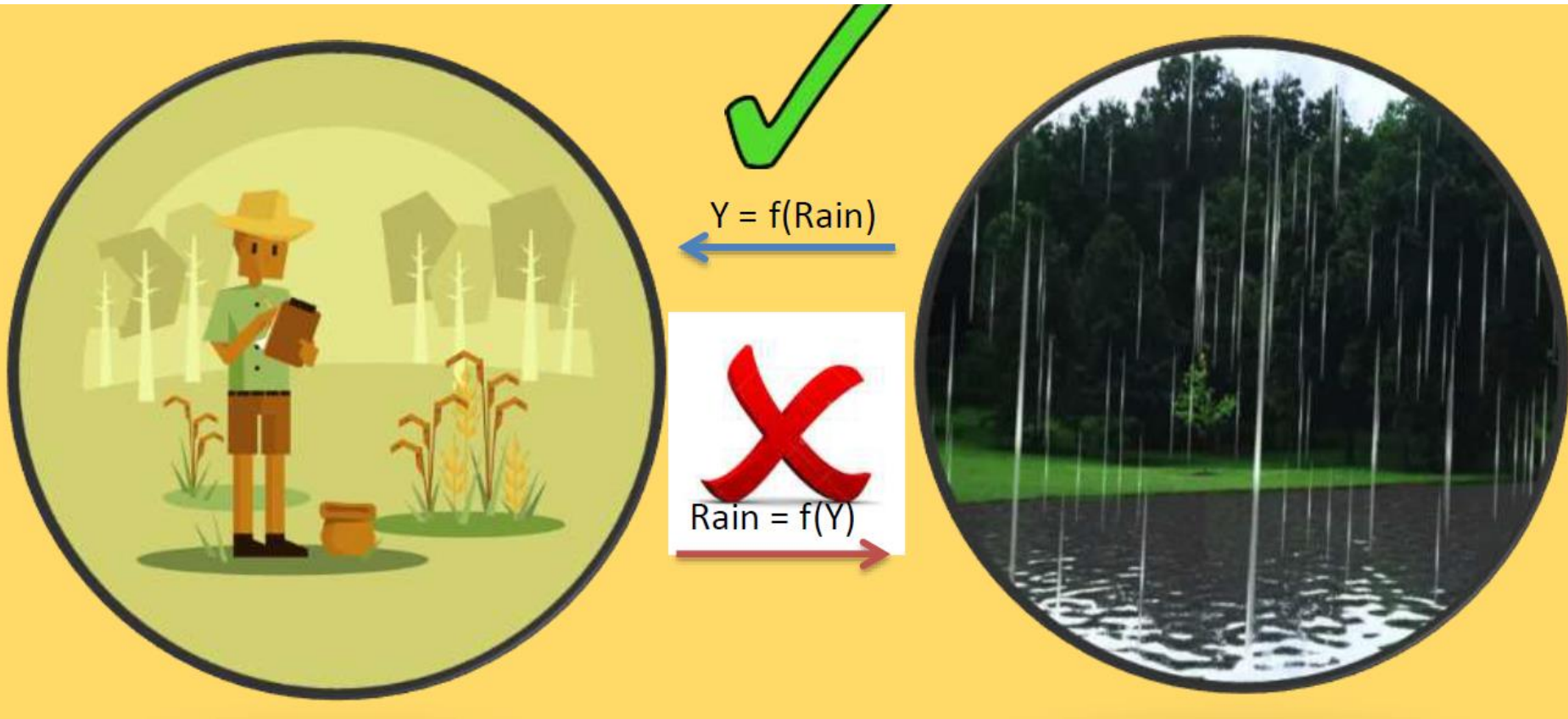
Primer regresije:

- Napovedovanje povprečne višine sinov ob poznavanju višine njihovih očetov

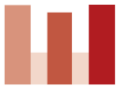


# O korelaciji, regresiji in vzročnosti

## Regresija proti Vzročnosti



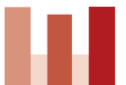
Vzročna zveza kaže na razmerje med dvema spremenljivkama, kjer na eno spremenljivko vpliva druga.



# O korelaciji, regresiji in vzročnosti

## Regresija proti Korelaciji

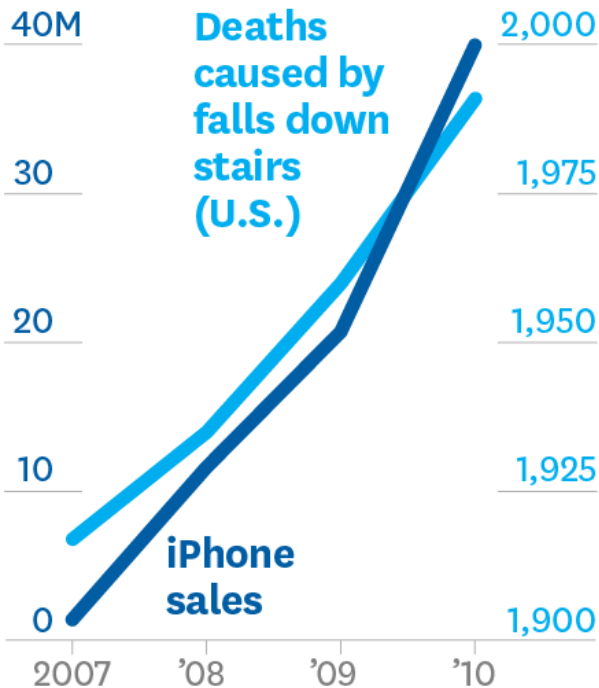
Korelacija	Regresija
Korelacija je statistična mera, ki določa soodnos ali povezanost dveh spremenljivk.	Regresija opisuje, kako je neodvisna spremenljivka številčno povezana z odvisno spremenljivko.
Za predstavitev linearne povezave med dvema spremenljivkama.	Prilagoditi najboljšo črto in oceniti eno spremenljivko na podlagi druge spremenljivke.
Ni razlike med odvisnimi in neodvisnimi spremenljivkami.	Obe spremenljivki sta različni.
Korelacijski koeficient kaže, v kolikšni meri se dve spremenljivki gibljeta skupaj.	Regresija kaže vpliv spremembe enote znane spremenljivke (x) na ocenjeno spremenljivko (y).
Iskanje številske vrednosti, ki izraža odnos med spremenljivkami.	Oceniti vrednosti slučajne spremenljivke na podlagi vrednosti fiksne spremenljivke.



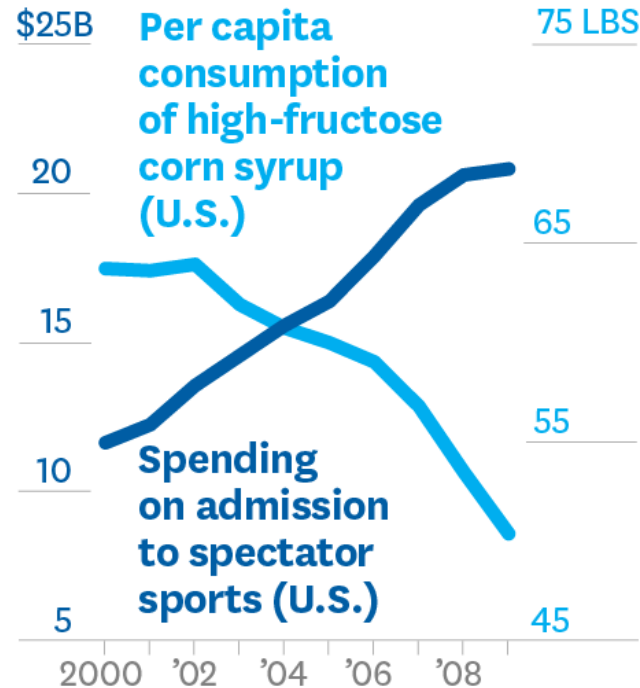
# O korelaciji, regresiji in vzročnosti

## Navidezne korelacije

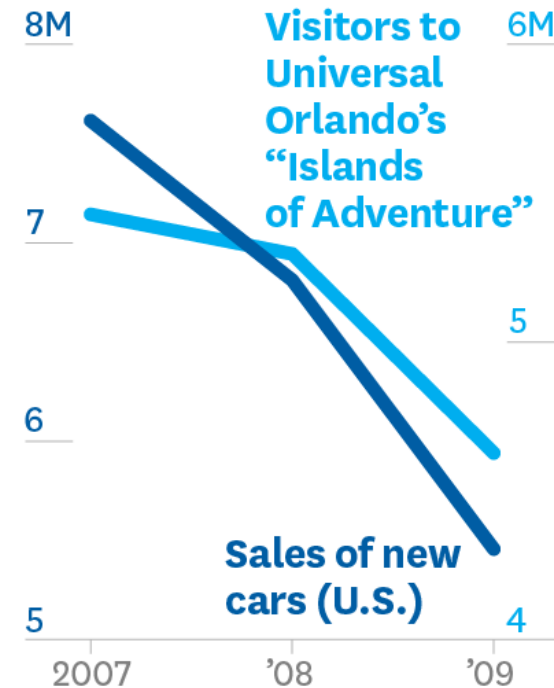
**MORE IPHONES MEANS MORE PEOPLE DIE FROM FALLING DOWN STAIRS**



**LET'S CHEER ON THE TEAM, AND WE'LL LOSE WEIGHT**



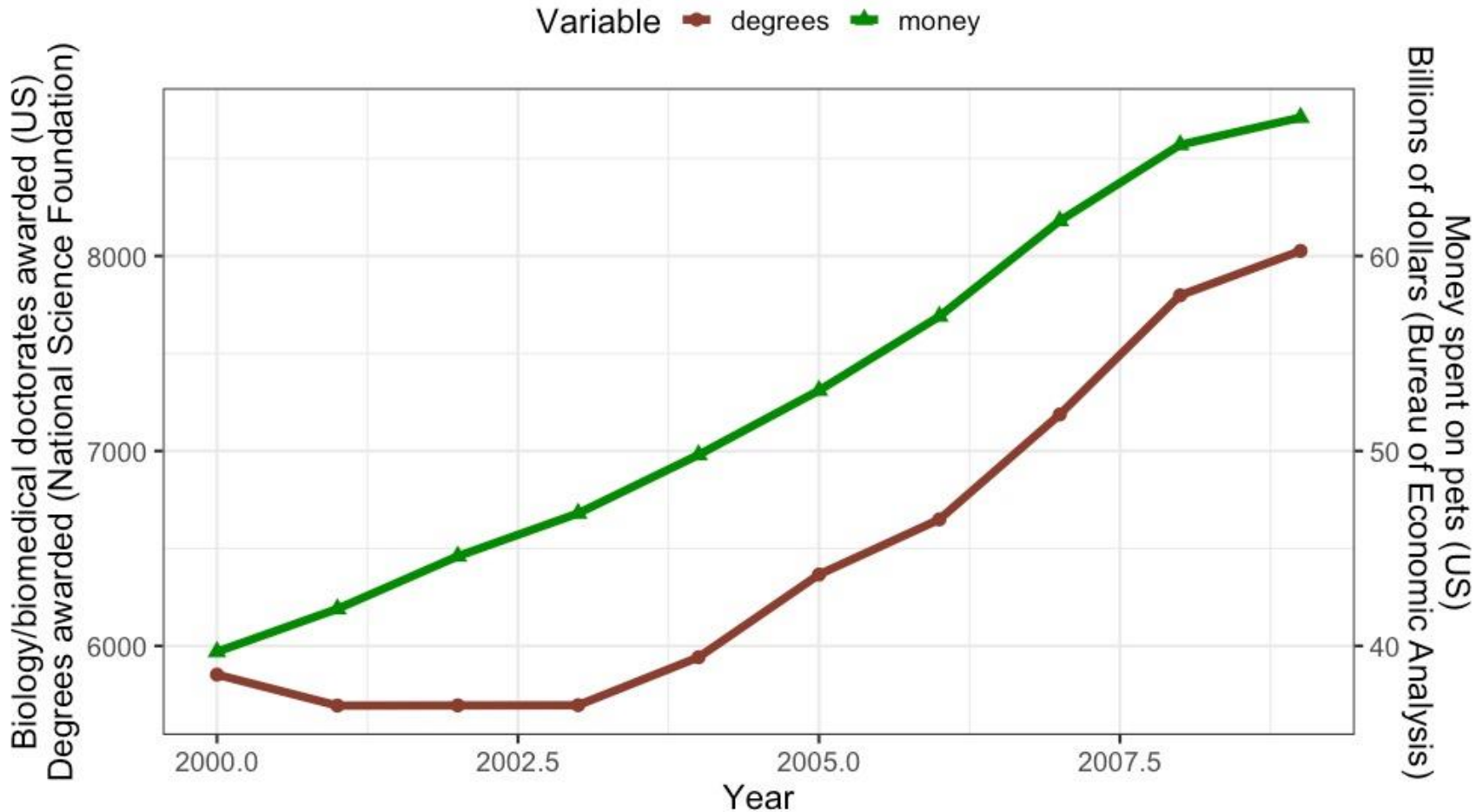
**TO INCREASE AUTO SALES, MARKET TRIPS TO UNIVERSAL ORLANDO**



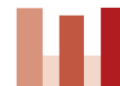
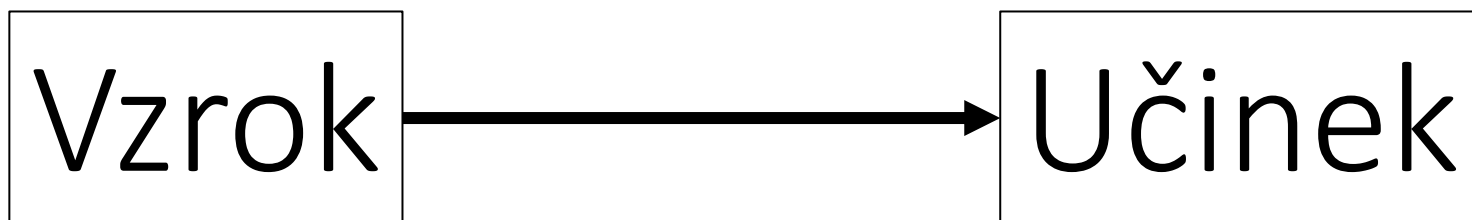


# Osnove vzročnosti

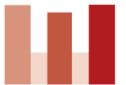
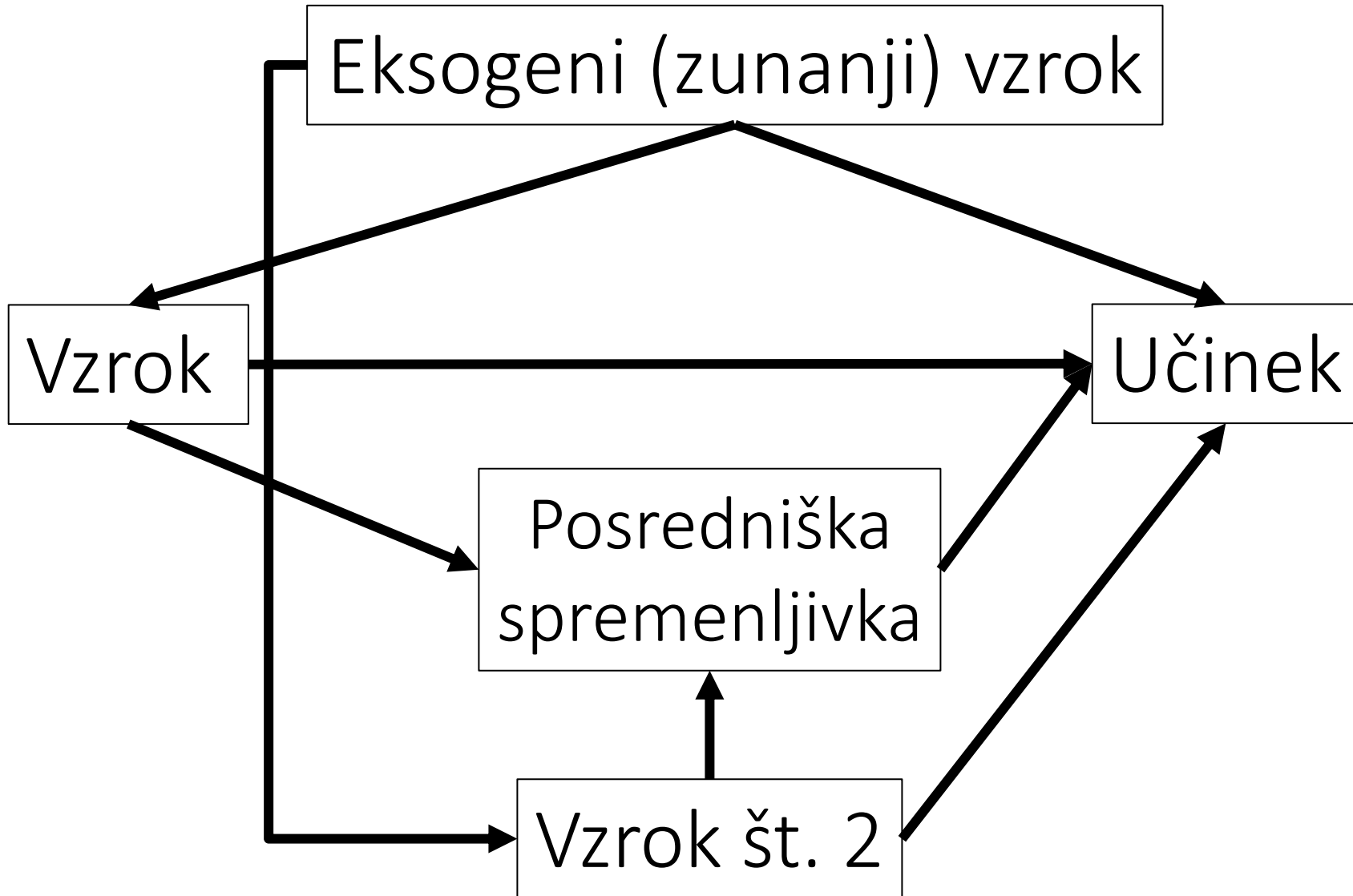
Correlation = 0.95



## Kaj želimo oceniti?



# Dejanski „svet“

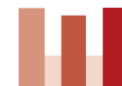


# Zakaj zna biti ocenjevanje zapleteno?

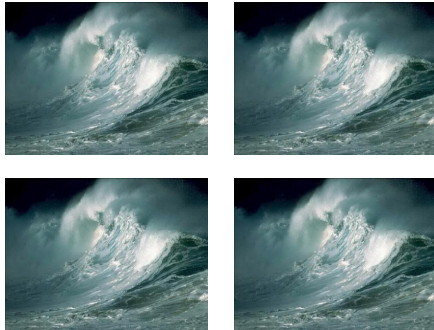


***To je največkrat razlog, da nastopijo težave „korelacija ni enako vzročnost“ (t.i. confounding)***

**A TEH TEŽAV JE LAHKO VEČ!**



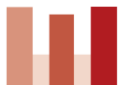
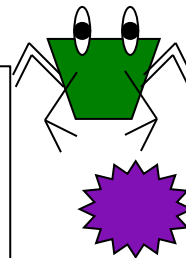
# Denimo, da nas zanima spodnje



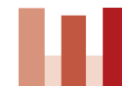
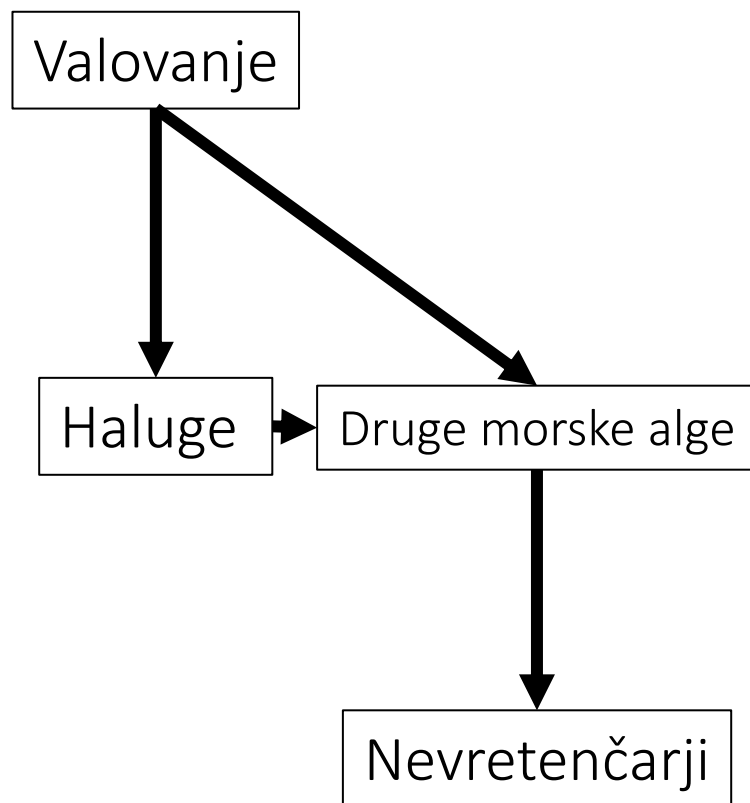
Valovanje



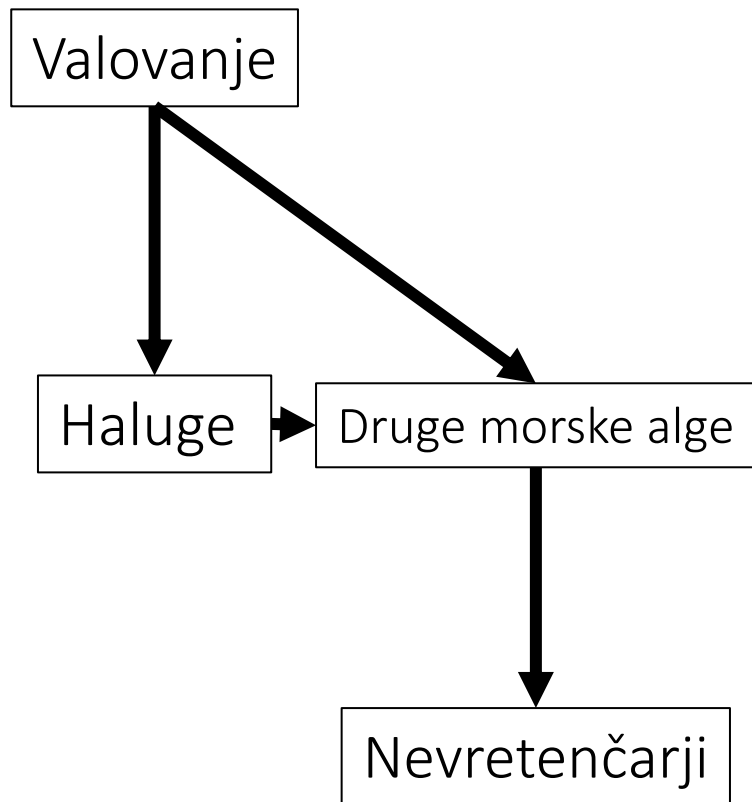
Nevretenčarji  
(denimo  
mehkužci,  
spužve, iglokožci)



# Opraviti pa imamo s spodnjim vzročnim diagramom



# Naš cilj je razmišljanje „nasprotnih dejstev“: Kaj bi se zgodilo, če ... za celotno preučevano okolje!



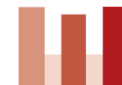
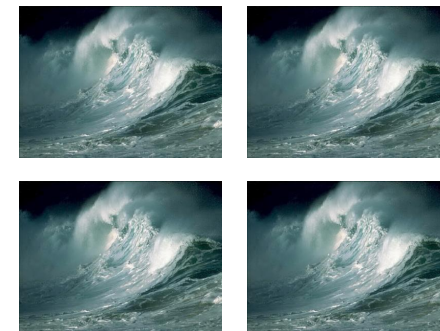
Sedanjšost



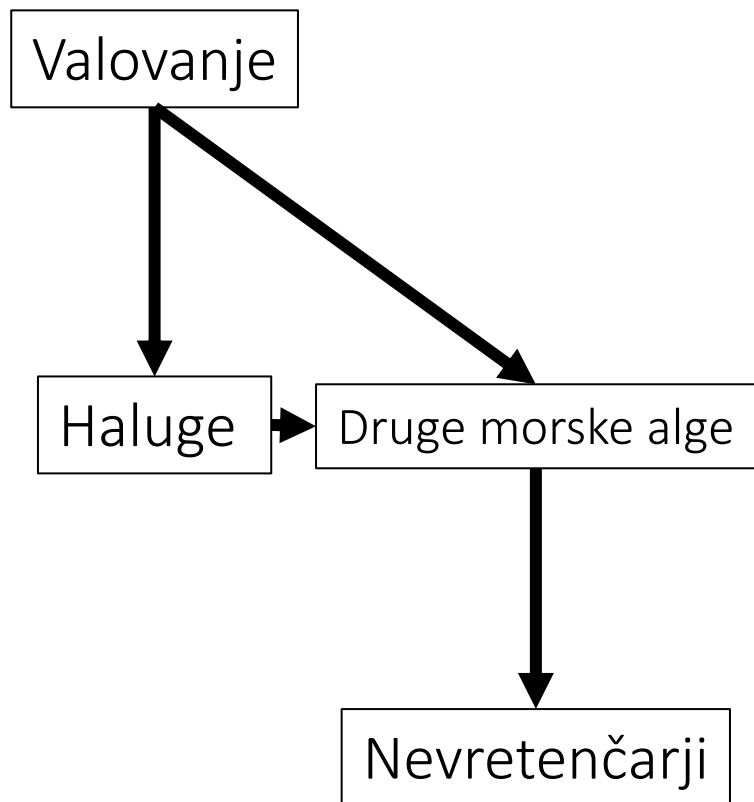
Bližnja prihodnost



Oddaljena prihodnost



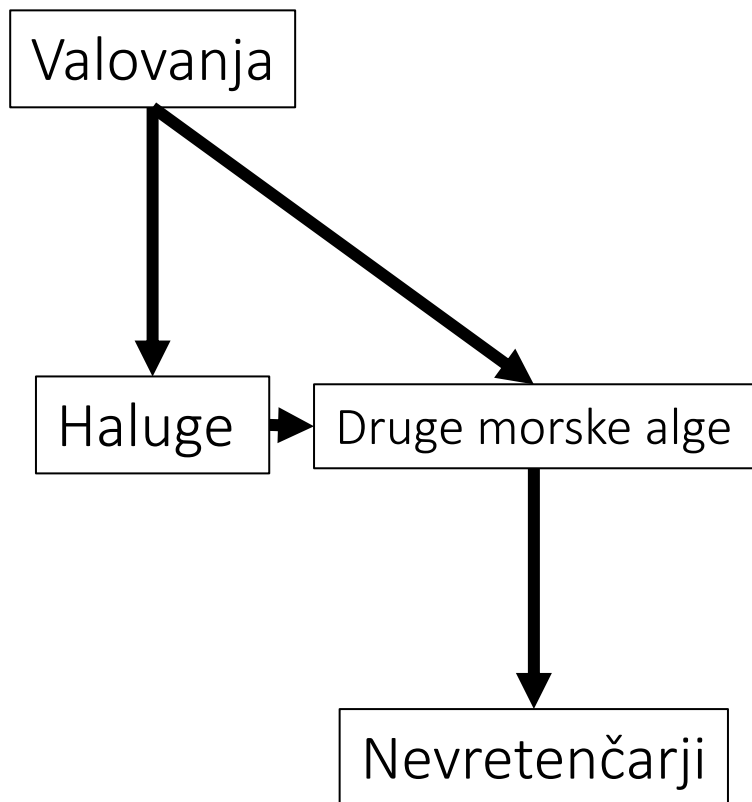
# Preprosto razmišljanje v bistvu razumevanja vzročnosti



- Želimo oceniti **Povprečni vzročni učinek** valovanja na nevretenčarje
- Opazujemo *Nevretenčarje ob prisotnosti valov vs. Nevretenčarje brez prisotnosti valov*
- Zanima nas pojav na ravni POPULACIJE – **Povprečni učinek tretmaja**
- Iz naših opazovanj lahko vidimo samo kaj se dogodi z in brez prisotnosti valov v vzorcu, ki nam je na voljo
- Kaj bi se dogodilo, če bi naša kontrolna opazovanja imela kot protipol „tretmaje“? Ali bi naša opažanja še vedno veljala?



# Povprečni učinki tretmaja so več kot opažene „razlike“



- ATE = [Opazovanje s tretmajem –

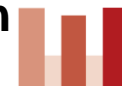
*Kaj bi se dogodilo s tretiranimi opazovanji, če tretmaja ne bi prejela]*

+

*[Kaj bi se dogodilo s tretiranimi opazovanji, če tretmaja ne bi prejela –*

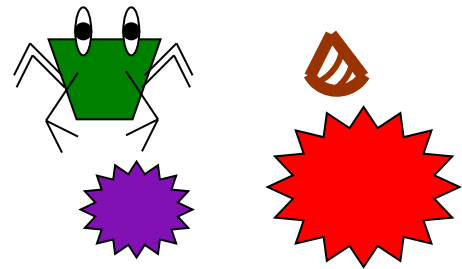
*Opazovanje brez tretmaja]*

- Slednje poznamo pod imenom **pristranost izbora** (angl. selection bias)
- Gre za ogrodje pristopa **Potencialnih izidov**

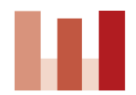
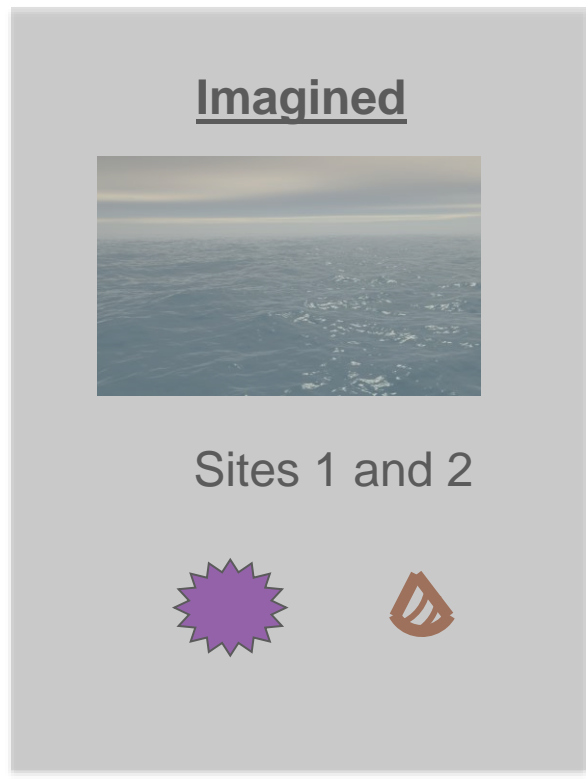


# Povprečni vzročni učinek: razlika med dejansko resničnostjo in potencialnim izidom

## Opazovanje nevretenčarjev na valovitem mestu – Kaj bi bilo tam brez valov

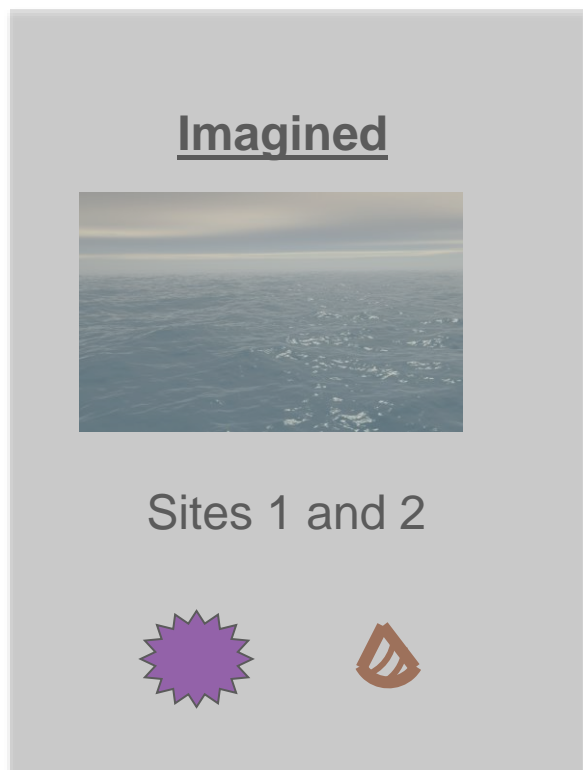


-

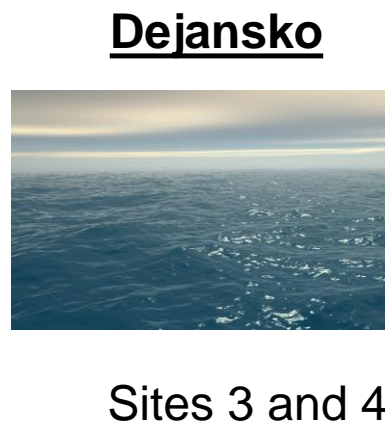


# Priistranost izbora: razlika med potencialnim izidom in dejansko resničnostjo

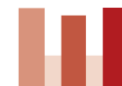
Opazovanje nevretenčarjev na mestu brez valov – Kaj bi bilo tam brez valov



—



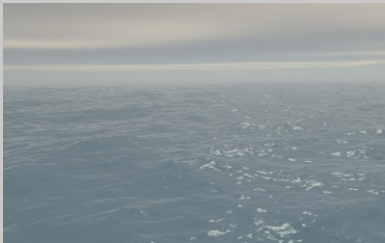
Brez pristranosti izbora




# Priustranost izbora: razlika med potencialnim izidom in dejansko resničnostjo

Opazovanje nevretenčarjev na mestu brez valov – Kaj bi bilo tam brez valov

Imagined




Sites 1 and 2

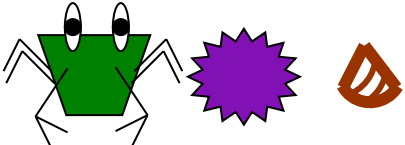


—

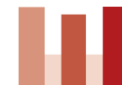
Dejansko



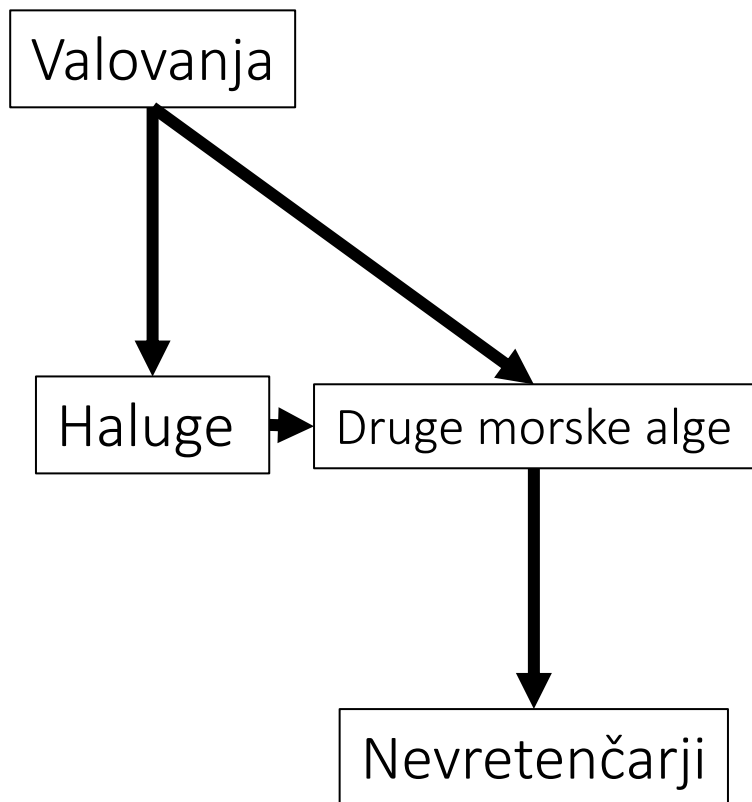
Sites 3 and 4



**Nekaj pristranosti izbora**



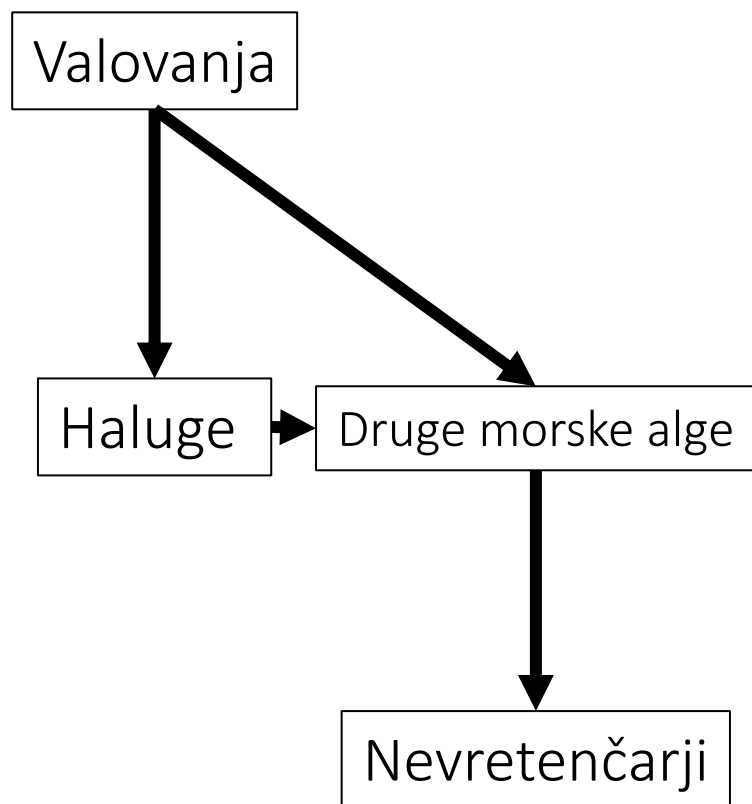
# Povprečni učinki tretmaja so več kot opažene „razlike“



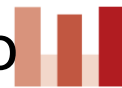
- ATE = Povprečni vzročni učinek + Pristranost izbora
- Naša naloga je odpraviti pristranost izbora
- S pomočjo **eksperimentov** lahko odpravimo pristranost izbora tako, da odpravimo vzvode pristranosti
- S pomočjo **opazovalnih študij** lahko odpravimo pristranost izbora s pozornim oblikovanjem vzročnega modela



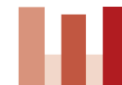
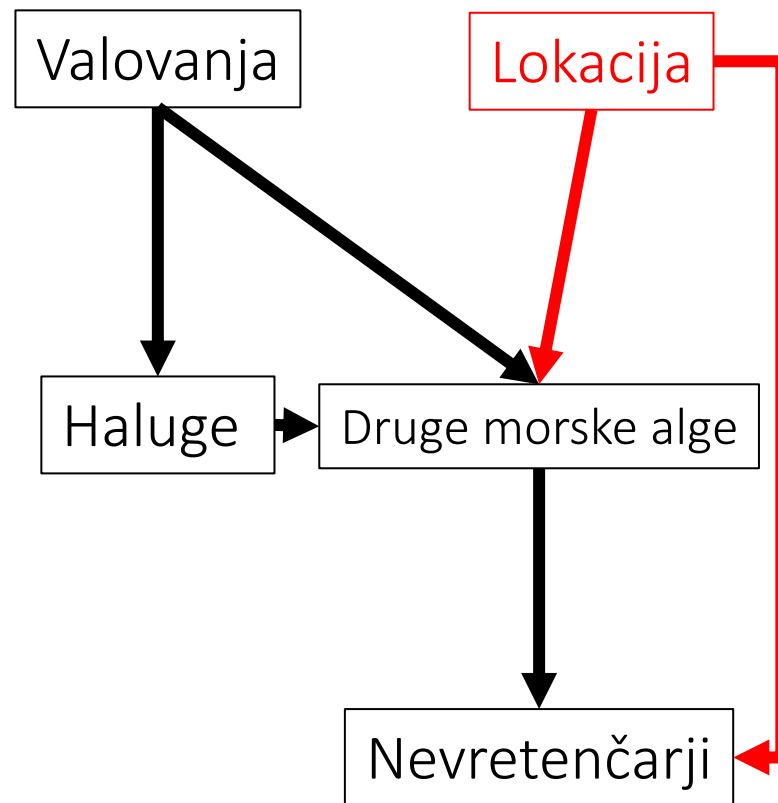
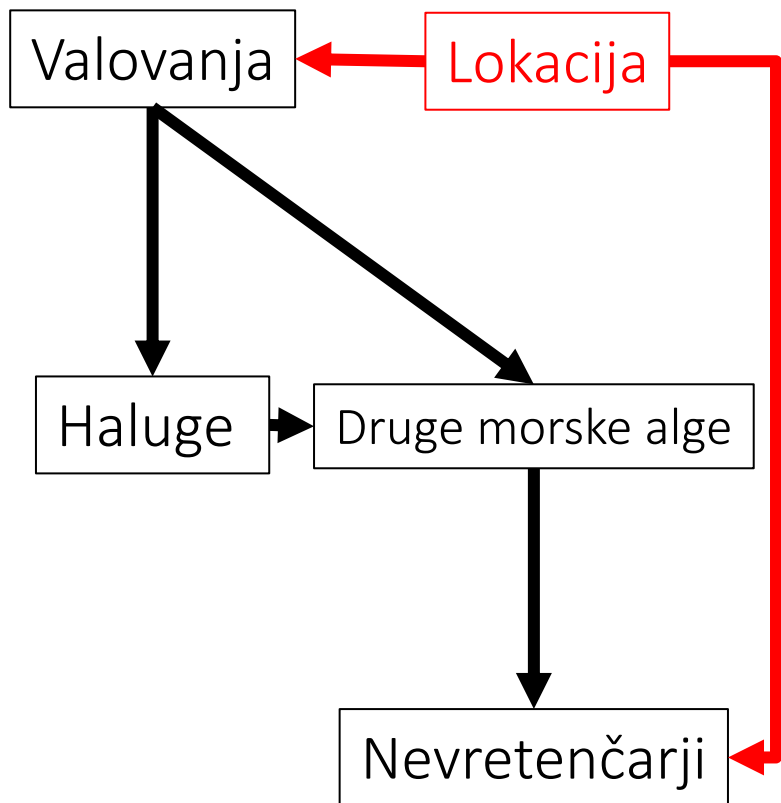
## DAG-i nam pomagajo pogledati možne vire pristranosti v vzorčenju



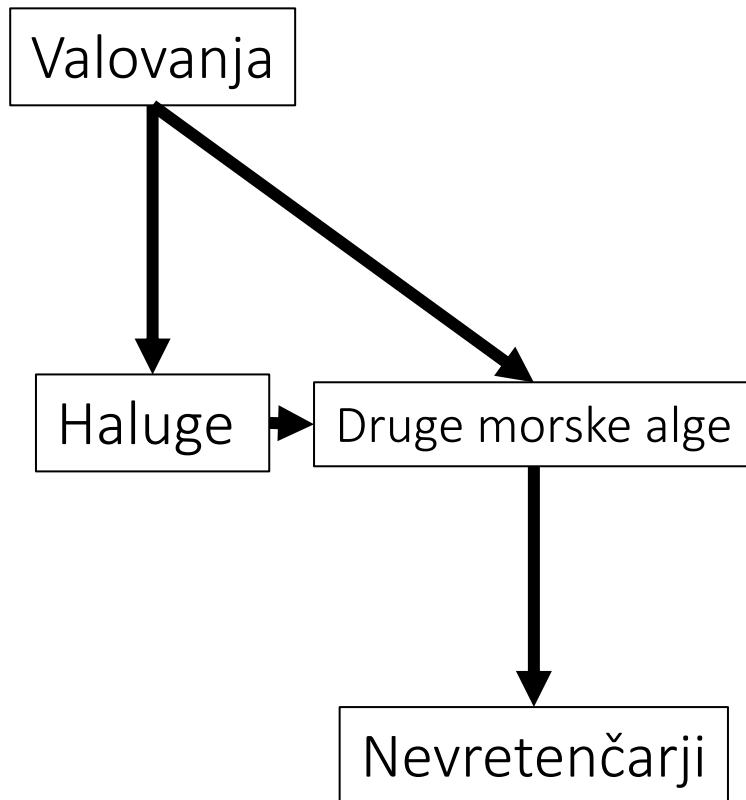
- Kaj bi izpustili, če bi izbrali samo mesta/lokacije, kjer se nahajajo haluge?
- Kaj bi izpustili, če bi izbrali samo mesta/lokacije, kjer se nahajajo redke alge?
- Če imamo pristrano vzorčenje, kaj moramo vključiti v naše modele, da bodo točni in da preprečimo upadanja/nihanja učinkov?



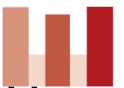
# DAG-i nam pokažejo možna odprta „zadnja vrata“ do pristranosti izbora



# DAG-i + Nasprotna dejstva = Jasno sklepanje



- Z DAG-om lahko vidimo, da v našem primeru ni nobenih zunanjih vzvodov pristranosti izbora
- Razmišljanje nasprotnih dejstev lahko uporabimo, da razumemo učinke spreminjajočih se valov skozi preučevani sistem
- Na primeru lahko tudi vidimo, katere spremenljivke lahko izkrivijo (vplivajo na) naša sklepanja iz nasprotnih dejstev

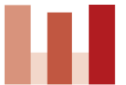
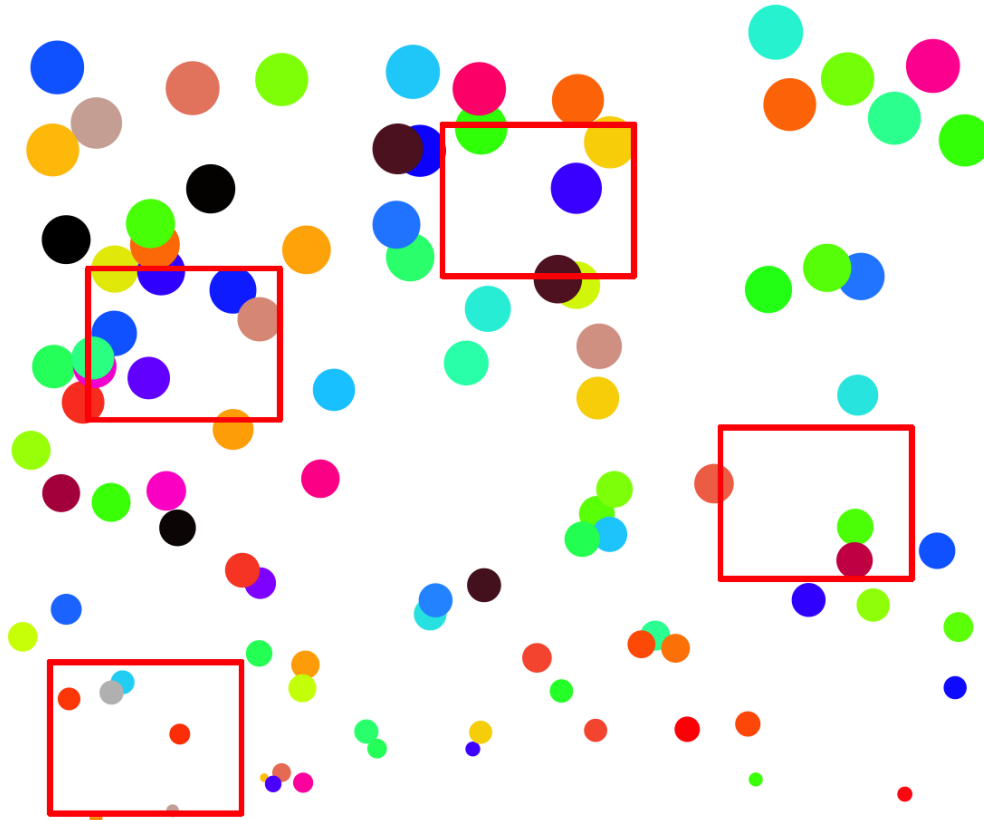




# Randomizirani vzorčni dizajn

**Poskus repliciranja eksperimentov**

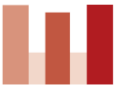
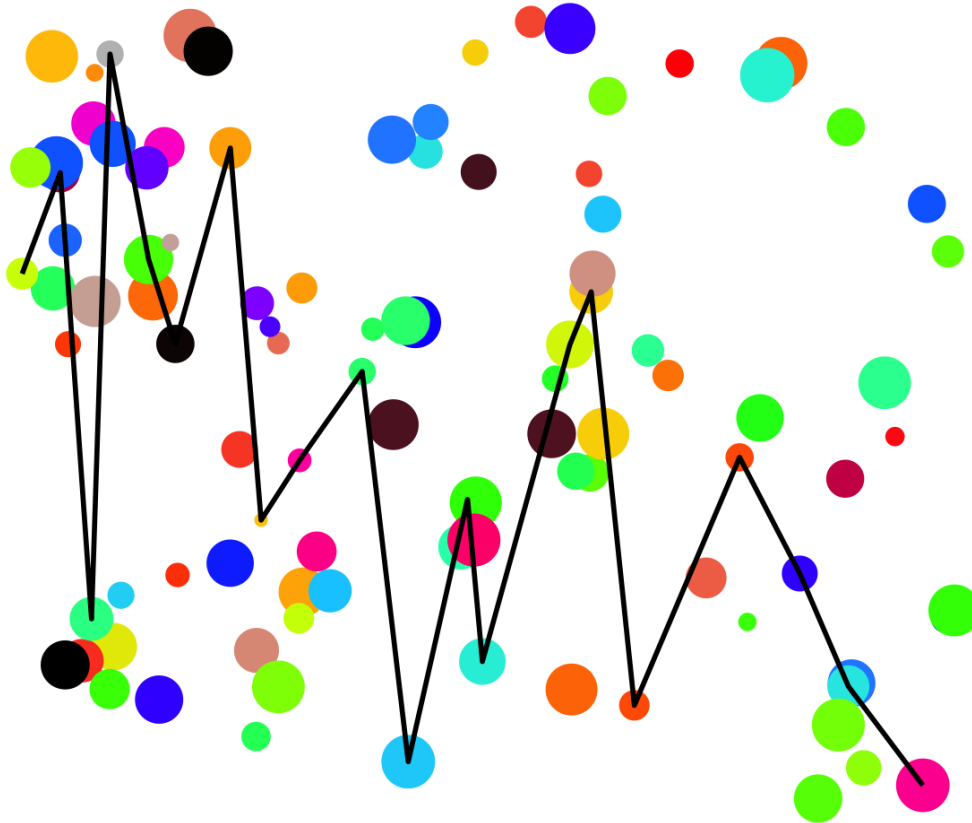
**Odpraviti pristranost izbora preko randomiziranja lokacij/mest**



# Randomizirani vzorčni dizajn

Poskus repliciranja eksperimentov

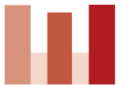
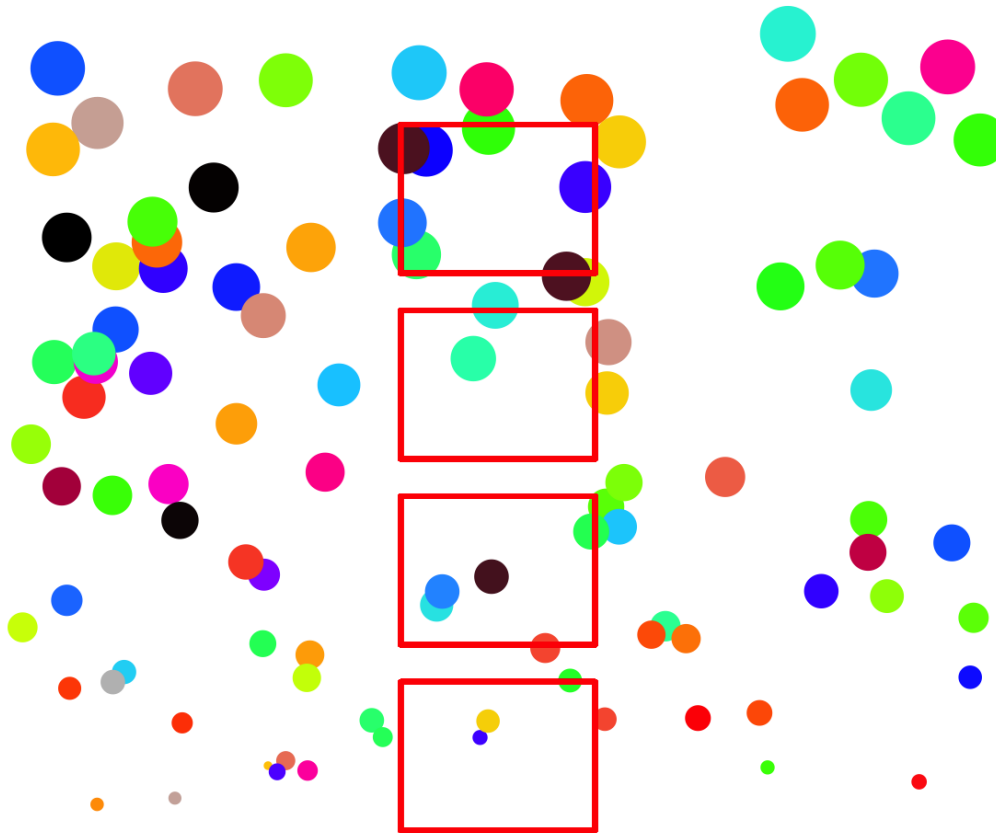
Odpraviti pristranost izbora preko randomiziranja lokacij/mest



# Stratificirani vzorčni dizajn

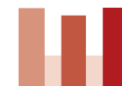
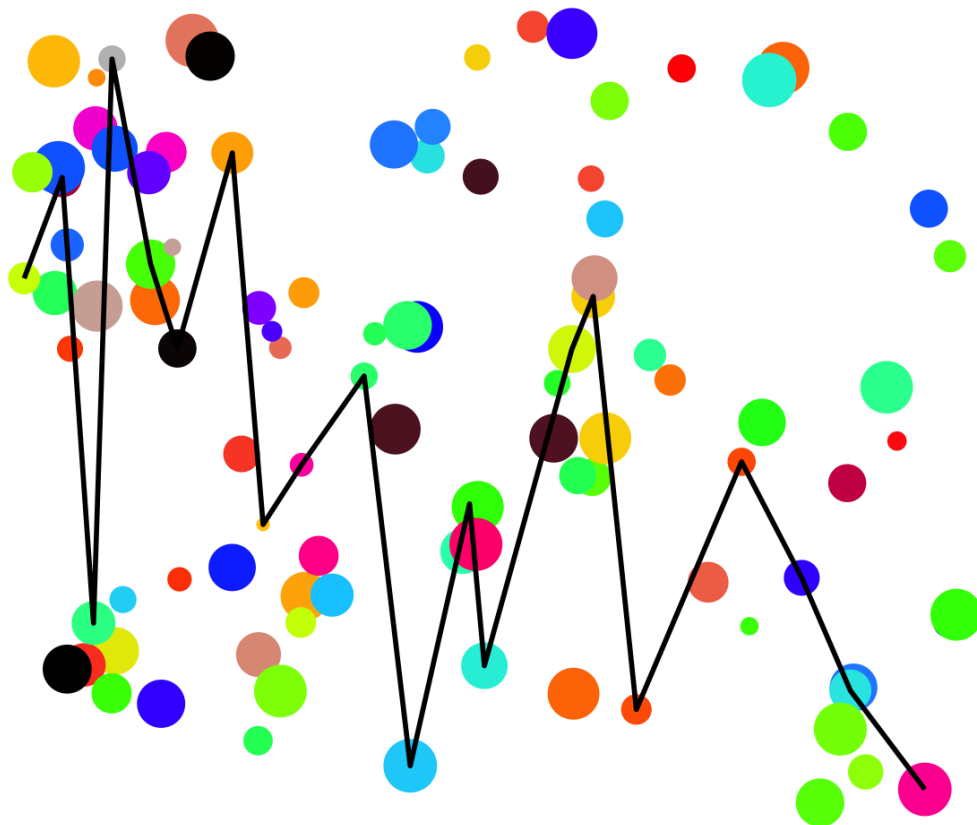
Poskus repliciranja faktorskih eksperimentov

Odpraviti pristranost izbora preko povprečenja lokacij/mest



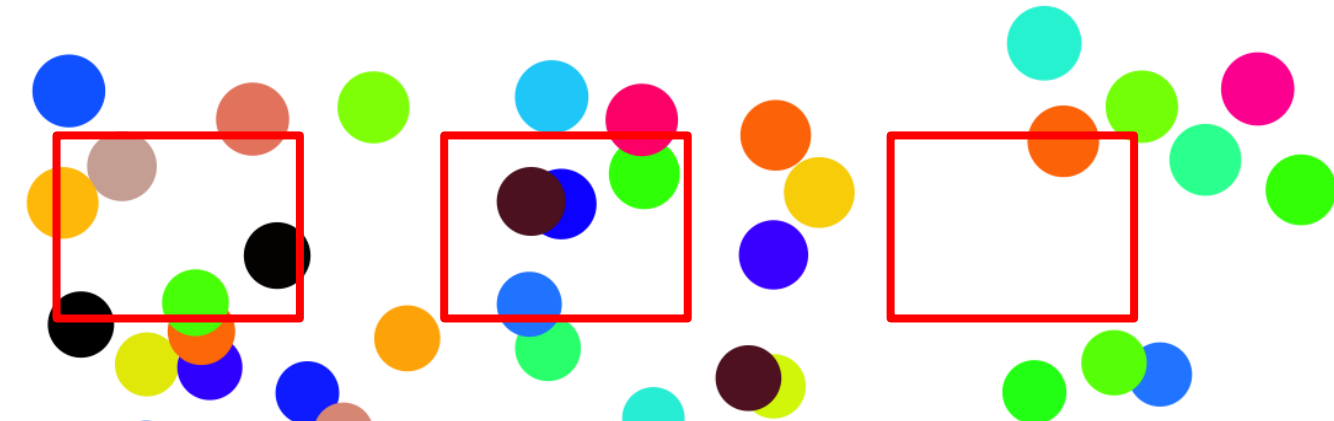
# Stratificirani randomizirani vzorčni dizajn (SRD)

**Naključno izberemo položaj glede na višino**  
**Sprehod skozi naklon/gradient dolžine**

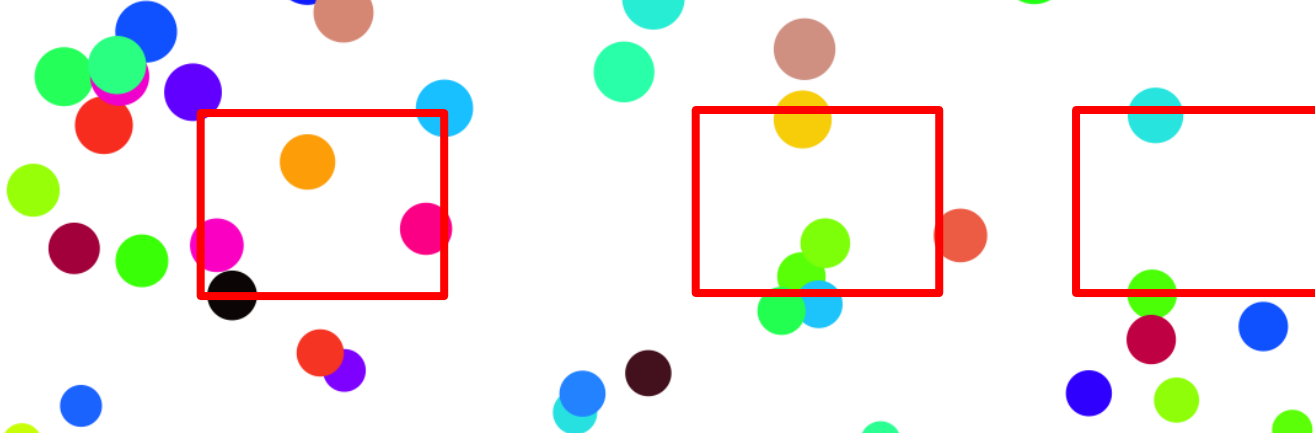


# Številne oblike SRD

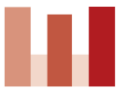
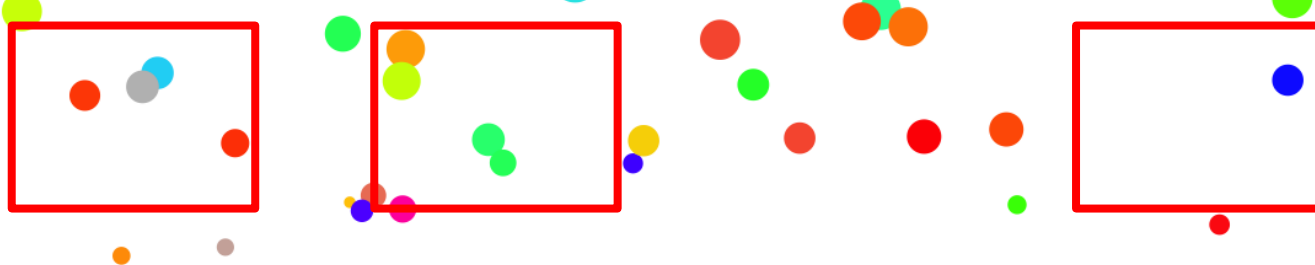
Strata 1



Strata 2



Strata 3

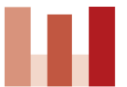


## Rubinov vzročni model – pristop potencialnih izidov

- Kot osnovo ocenjevanja vzročnih učinkov bomo uporabili vzročni model Donalda B. Rubina (1974 – osnove temeljijo na magistrski tezi Jerzyja Neymana iz 1923, ime pa je dal Paul W. Holland v članku iz 1986) oziroma pristop potencialnih izidov (potential outcomes)
- Ključne točke:
  - Vzročnost je vezana na dejanje (intervencijo/tretma)
  - Vzročni učinek ocenjujemo kot primerjavo potencialnih rezultatov/izidov
  - Modeliranje mehanizma dodelitve tretmaja
- Kakšen je učinek tretmaja na izid?
- Kako bi se izid razlikoval, če bi prejeli „nasprotni“ tretma?

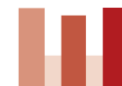
# Rubinov vzročni model – pristop potencialnih izidov

- Primeri vzročnih vprašanj:
  - Kakšen je učinek študija na rezultate izpitov?
  - Ali pošiljanje sporočil med vožnjo povzroča nesreče?
  - Ali vam jutranja vadba daje več energije čez dan?
  - Se učenci bolje učijo v manjših razredih?
  - Je do razmerja prišlo, ker je bil vpleten alkohol?



## Rubinov vzročni model – pristop potencialnih izidov

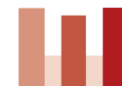
- Ključno vprašanje: kaj bi se zgodilo v primeru nasprotne situacije?
- Potencialni izid je vrednost spremenljivke izida (angl. outcome) za dano vrednost tretmaja
- Spremenljivka rezultata:  $Y$
- $Y$  (tretma): rezultat/izid tretmaja
- $Y$  (kontrolna skupina): rezultat/izid v kontrolni skupini brez tretmaja
- Vzročni učinek je primerjava potencialnega izida skupine s tretmajem s potencialnim izidom v kontrolni skupini
- Za izračun učinka največkrat upoštevamo osnovno enačbo:
- Vzročni učinek =  $Y$  (tretma) –  $Y$  (kontrolna skupina)





## Rubinov vzročni model – pristop potencialnih izidov

- Za opredelitev vzročnega učinka: primerjajte potencialne izide za posamezno statistično enoto
- Vendar pa lahko v resnici vidimo samo en potencialni izid za vsako enoto
- Za oceno vzročnega učinka bomo morali upoštevati več enot, nekatere, ki so bile izpostavljene tretmaju, nekatere pa v kontrolni skupini.
- Treba je primerjati podobne enote, nekatere izpostavljene aktivnemu tretmaju, nekatere pa v kontrolni skupini
- To so lahko iste enote v različnih časovnih točkah ali različne enote v istem časovnem trenutku



# Rubinov vzročni model – pristop potencialnih izidov

- Povprečni učinek tretmaja v populaciji (PATE):

$$\tau_P = \mathbb{E}[Y_i(1) - Y_i(0)]$$

- Povprečni učinek tretmaja na vzorcu (FATE):

$$\tau_{FS} = \sum_{i=1}^N [Y_i(1) - Y_i(0)]$$

- Ključna predpostavka – Stable Unit Treatment Value Assumption (SUTVA): za vsako enoto imajo vsi tretmaji enake možne vrednosti; tretma ene enote nima vpliva na tretma druge enote (če je to kršeno: treatment effects with network interference).
- Če imamo opravka z opazovalnimi študijami, je izziv, da so mehanizmi določanja tretmaja neznani, zato se lahko posamezniki v različnih skupinah (tretma in kontrolna skupina) razlikujejo v pomembnih neopazovanih značilnostih. Zato navadno potrebujemo še izpolnjeni predpostavki »uncounfoundedness« (da v modelu ni spremenljivk, ki pomembno vplivajo na rezultate, v model pa niso vključene) ter »pozitivnost« (verjetnost vsake enote, da je vključena bodisi v tretma ali kontrolno skupino je večja od 0 in manjša od 1).



# Rubinov vzročni model – pristop potencialnih izidov

- Stopnja nagnjenja (angl. propensity score) je definirana kot pogojna verjetnost tretmaja glede na dane kontrolne spremenljivke:

$$e(x) = \Pr(W = 1|X)$$

- Zelo pogosto so v uporabi »utežene« cenilke vzročnih učinkov, ki uravnotežijo učinke v posameznih vzročnih skupinah. Primeri so Inverse Propensity Weighting (IPW), dvojno-robustna/augmented IPW (AIPW), Horvitz-Thompson ter Hajekova cenilka.

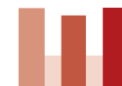
$$\hat{t}_{IPW} = \hat{t}_{IPW,1} - \hat{t}_{IPW,0} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{Z_i Y_i^{obs}}{\hat{e}(X_i)} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(1 - Z_i) Y_i^{obs}}{1 - \hat{e}(X_i)}$$

$$\hat{t}_{DR} = \hat{t}_{DR,1} - \hat{t}_{DR,0} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\hat{\mu}_1(X_i) - \hat{\mu}_0(X_i)] + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ Z_i \frac{Y_i^{obs} - \hat{\mu}_1(X_i)}{\hat{e}(X_i)} - (1 - Z_i) \frac{Y_i^{obs} - \hat{\mu}_0(X_i)}{1 - \hat{e}(X_i)} \right]$$

$$\pi_k = \frac{nx_k}{\sum_{i=1}^N x_i}$$

$$\hat{t}_{HT} = \sum_{k \in S} y_k / \pi_k$$

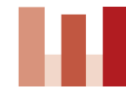
$$\hat{t}_{Hajek} = N \frac{\sum_{k \in S} y_k / \pi_k}{\sum_{k \in S} 1 / \pi_k}$$



## Rubinov vzročni model – pristop potencialnih izidov

- Pri pristopih instrumentalnih spremenljivk, kot sta Local Average Treatment Effects (LATE) in splošnejši IV pristopi, modeliramo tudi dejansko prejemanje tretmaja.
- Vsaka enota je povezana z dvema potencialnima izidoma glede na prejeti tretma,  $W_i(0)$  in  $W_i(1)$ . Enote lahko sedaj razdelimo v podskupine na strinjajoče (compliers), nikoli pristajajoče (nevertakers), odklonilne (defiers) ter vedno pristajajoče (alwaystakers). Formalneje lahko zapišemo kot spodaj:

$$C_i = \begin{cases} \text{Nevertakers (nt)} & W_i(0) = 0, W_i(1) = 0 \\ \text{Compliers} & W_i(0) = 0, W_i(1) = 1 \\ \text{Defiers} & W_i(0) = 1, W_i(1) = 0 \\ \text{Alwaystakers} & W_i(0) = 1, W_i(1) = 1 \end{cases}$$



# Osnove grafičnih modelov

- Naj bo naključni vektor  $X_{[p]} = (X_1, \dots, X_p)$ . Linearni sistem strukturnih enačb potem sestoji iz enačb oblike:

$$X_i = \beta_{0i} + \sum_{j \in pa(X_i)} \beta_{ji} X_j + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, p$$

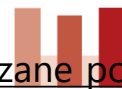
- kjer  $pa(X_i)$  označuje nabor spremenljivk, ki so očetje (neposredni predhodniki)  $X_i$ ,  $\epsilon_1, \dots, \epsilon_p$  pa so vzajemno neodvisne slučajne napake s pričakovano vrednostjo 0,  $\beta_{ji}$  pa označujejo vzročne učinke spremenljivke  $X_j$  na  $X_i$ .
- Kovarianco med posameznima spremenljivkama lahko zapišemo kot:

$$Cov(X_i, X_j) = \sum_{(d_0, \dots, d_m) \in D(i, j)} \prod_{k=1}^m \beta_{d_{k-1} d_k}$$

- kjer je  $D(i, j)$  nabor  $d$ -povezanih poti med  $i$  in  $j$ .
- Prav tako lahko zapišemo vzročni učinek  $X_i$  na  $X_j$  kot:

$$c(X_i \rightarrow X_j) = \sum_{(d_0, \dots, d_m) \in G(i, j)} \prod_{k=1}^m \beta_{d_{k-1} d_k}$$

- kjer je  $G(i, j)$  nabor usmerjenih poti med  $i$  in  $j$ .
- Korelacija med  $X_i$  in  $X_j$  pomeni vzročno povezavo le če velja  $D(i, j) = G(i, j)$ , t.j. če so vse  $d$ -povezane poti med  $i$  in  $j$  tudi usmerjene poti.



# Osnove grafičnih modelov

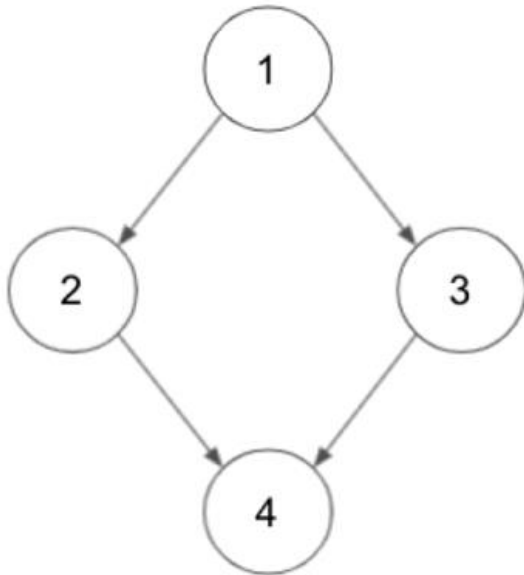


Figure 2: An Example of a DAG

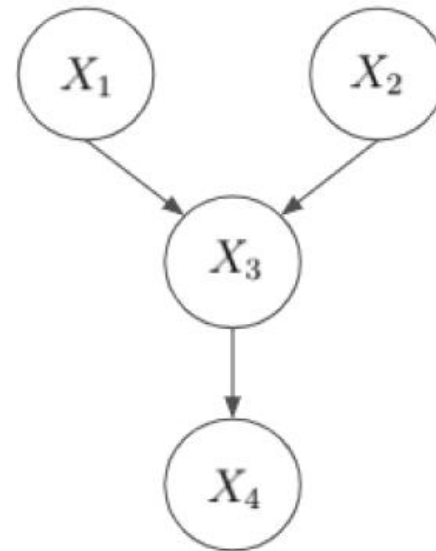
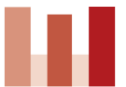
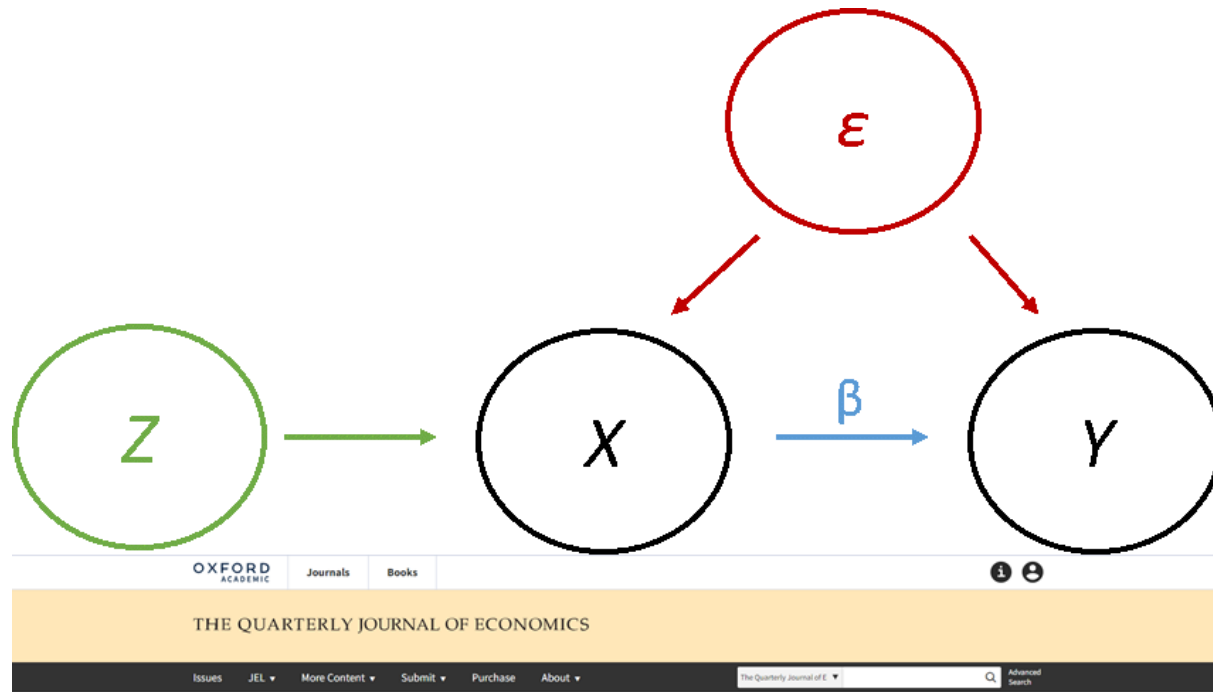


Figure 3: An Example of a Collider in a DAG



# Nekatere najbolj znane metode – pristopi instrumentalnih spremenljivk



OXFORD  
ACADEMIC

Journals

Books



THE QUARTERLY JOURNAL OF ECONOMICS

Issues JEL More Content Submit Purchase About

The Quarterly Journal of E Advanced Search



Volume 130, Issue 2  
May 2015

< Previous Next >

JOURNAL ARTICLE

## Juvenile Incarceration, Human Capital, and Future Crime: Evidence from Randomly Assigned Judges

Get access >

Anna Aizer, Joseph J. Doyle, Jr.

The Quarterly Journal of Economics, Volume 130, Issue 2, May 2015, Pages 759–803,  
<https://doi.org/10.1093/qje/qjv003>

Published: 02 February 2015

Cite Permissions Share

### Abstract

Over 130,000 juveniles are detained in the United States each year with 70,000 in detention on any given day, yet little is known about whether such a penalty deters future crime or interrupts social and human capital formation in a way that increases the likelihood of later criminal behavior. This article uses the incarceration tendency of randomly assigned judges as an instrumental variable to estimate causal effects of juvenile incarceration on high school completion and adult recidivism. Estimates based on over 35,000 juvenile offenders over a 10-year period from a large urban county in the United States suggest that juvenile incarceration results in substantially lower high school completion rates and higher adult incarceration rates, including for violent

THE  
QUARTERLY  
JOURNAL OF  
ECONOMICS

Stay Informed.

Sign Up for Email Alerts.

CLICK HERE

Advertisement

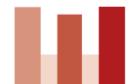
CITATIONS VIEWS ALTMETRIC



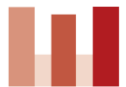
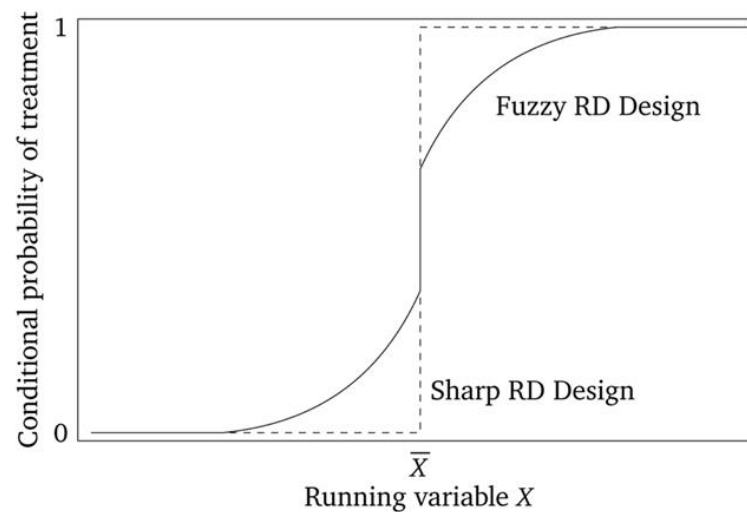
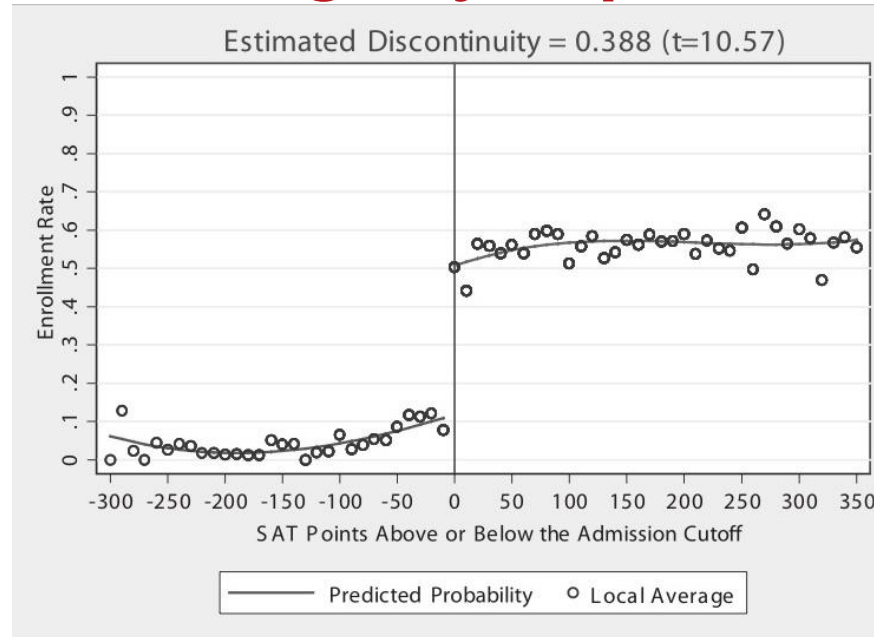
More metrics information

### Email alerts

Article activity alert  
Advance article alerts

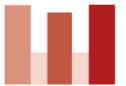
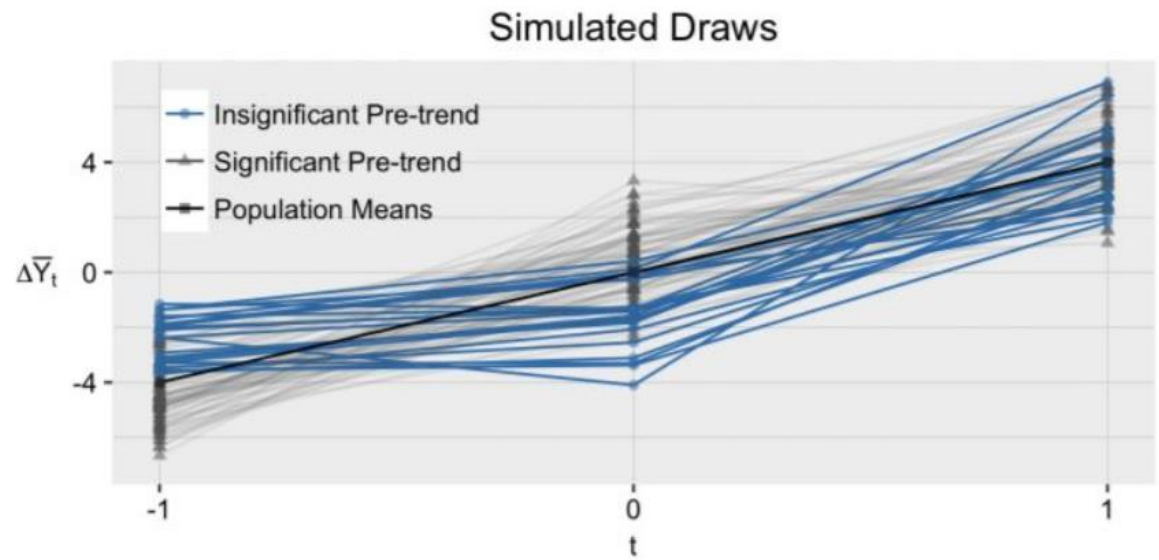
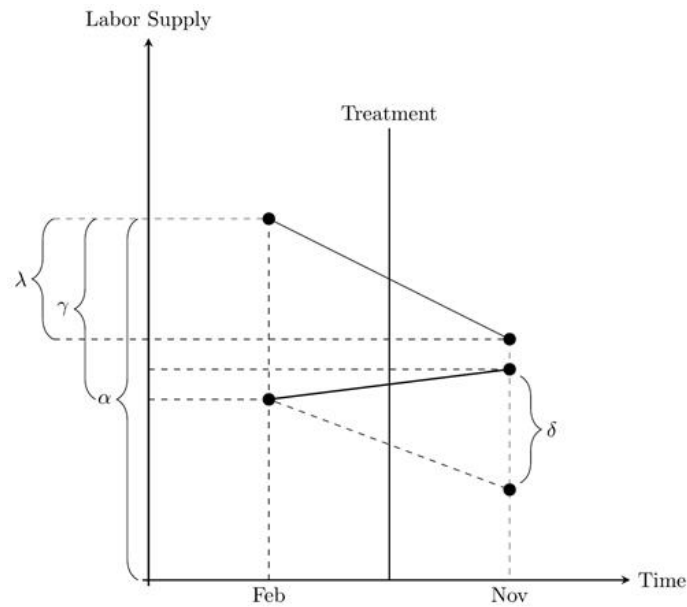


# Nekatere najbolj znane metode – metode regresijske prekinitve

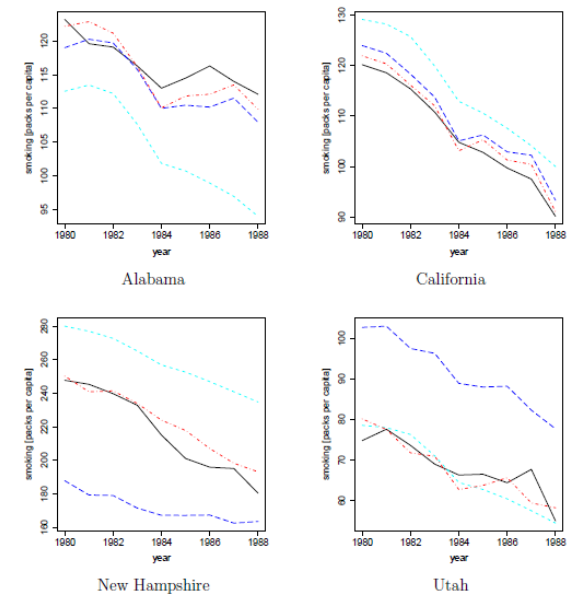
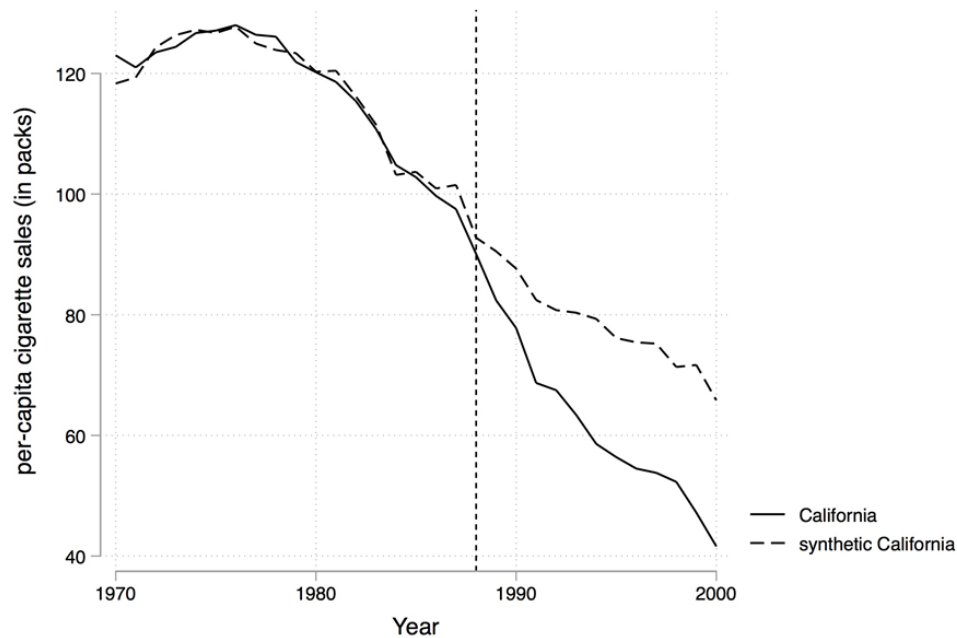




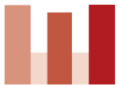
# Nekatere najbolj znane metode – pristopi razlike-v-razlikah



# Nekatere najbolj znane metode – metode sintetičnih kontrol



**Figure 2:** Predictions for per capita smoking rates for selected states, using as training data all years prior to the year indicated on the x-axis. The true yearly per-capita smoking  $Y_{i,t}$  is in black. SDID estimates are in red. SC estimates are in blue. DID estimates are in teal.



# Nekatere najbolj znane metode – vzročna analiza posredovanosti

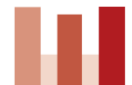
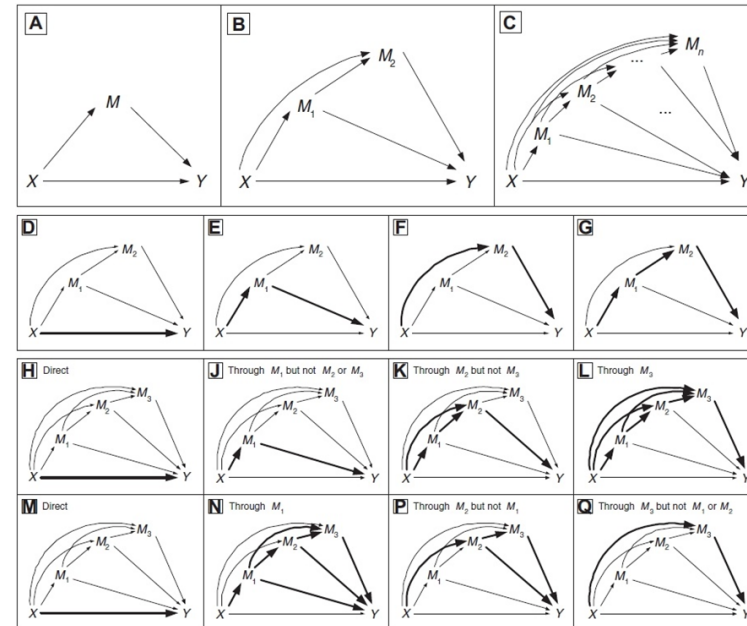
To estimate natural indirect and direct effects, since treatment  $A$  is randomized, estimating  $E(Y^{(1)})$  and  $E(Y^{(0)})$  is standard. We focus on  $E(Y^{(1, M^{(0)})})$ . Under strong conditions, with  $C$  all pre-treatment common causes of mediator  $M$  and outcome  $Y$ , the **Mediation Formula**<sup>3</sup> holds:

$$E(Y^{(1, M^{(0)})}) = \int_{(m,c)} E[Y|M = m, C = c, A = 1] f_{M|C=c, A=0}(m) f_C(c) dm dc. \quad (1)$$

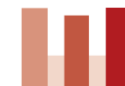
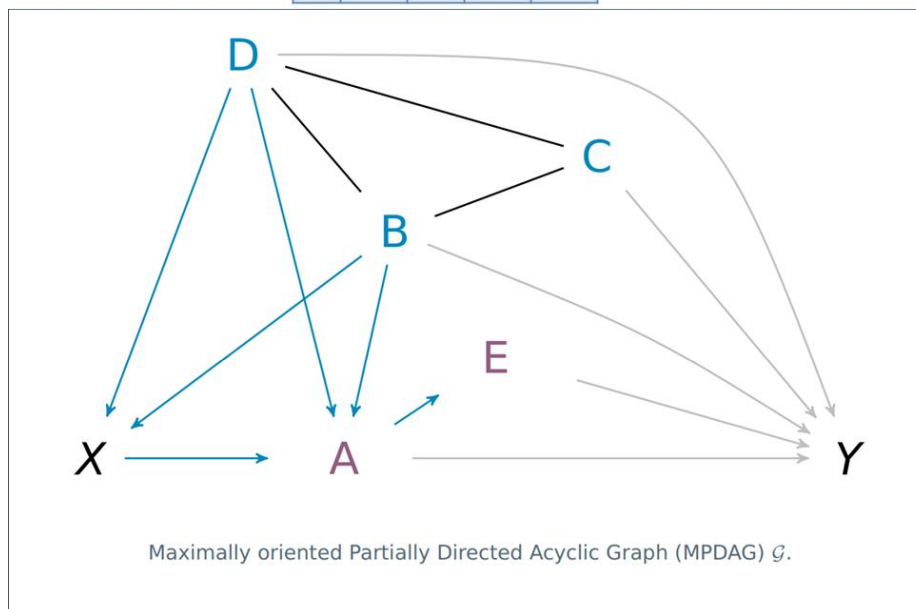
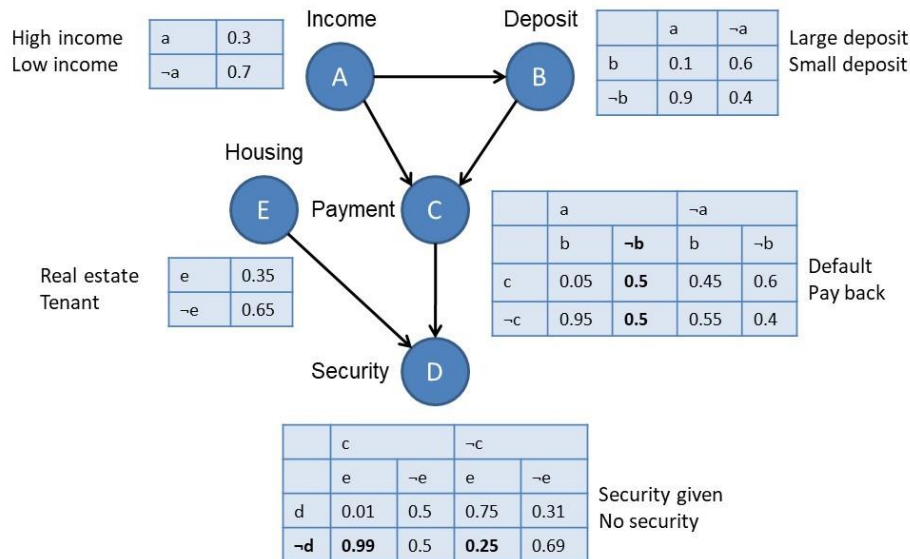
(1) was proven under cross-worlds (see Introduction) assumptions. In addition, most causal mediation approaches<sup>2–12</sup> need many counterfactual outcomes: not only  $Y^{(1, M^{(0)})}$ , also all  $Y^{(a, m)}$ : the outcomes under treatment  $a$  with the mediator set to  $m$ .

Under linear models and outcome models without exposure-mediator interaction, the resulting estimators for the indirect and direct effect are the same as in the original mediation approach,<sup>1</sup> and thus add a causal interpretation. Natural and randomized indirect and direct effects include all outcome types, with causal interpretations.

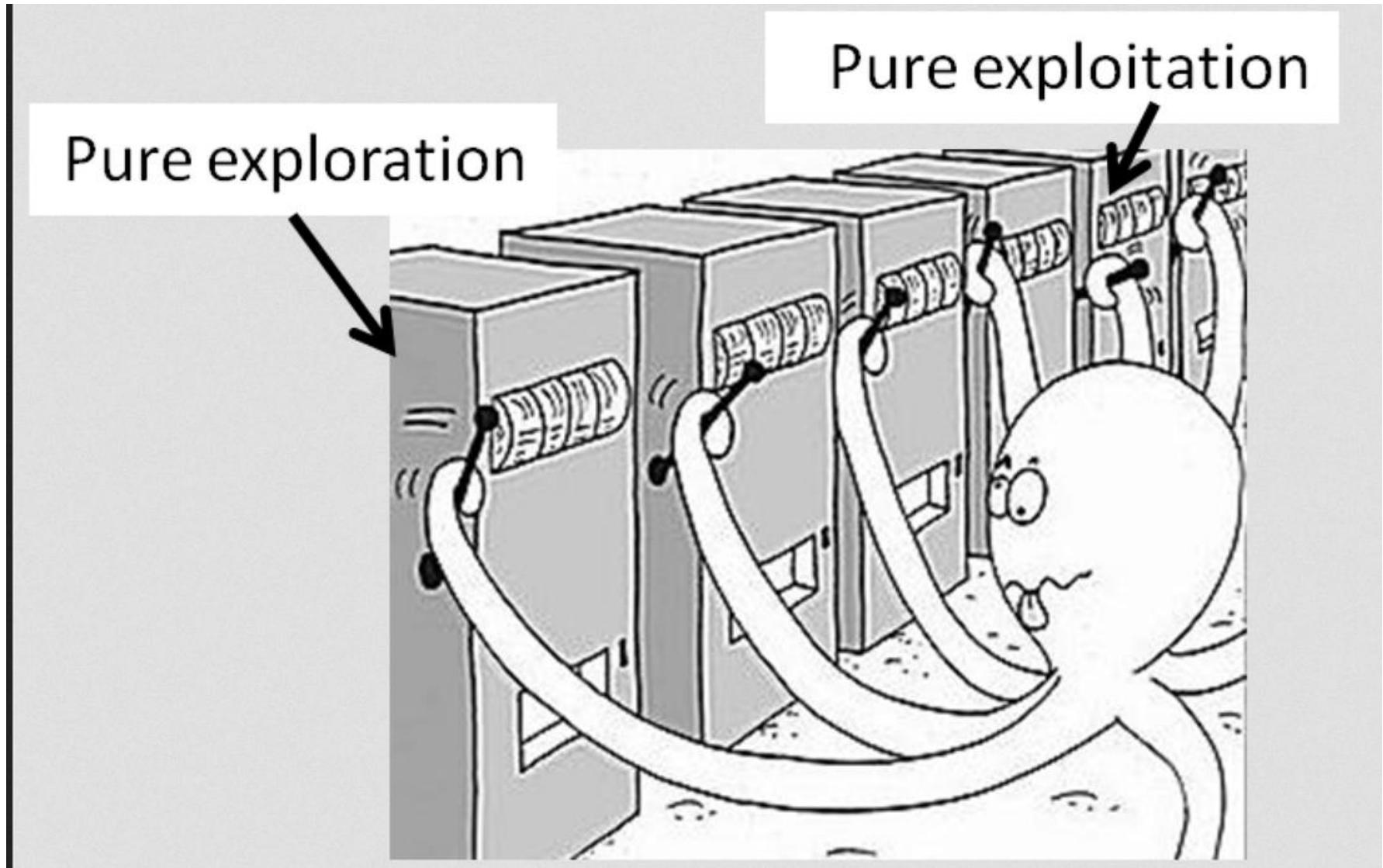
### 3.2 Organic indirect and direct effects: an intervention-based approach avoiding cross-worlds counterfactuals/assumptions



# Nekatere najbolj znane metode – Bayesova omrežja

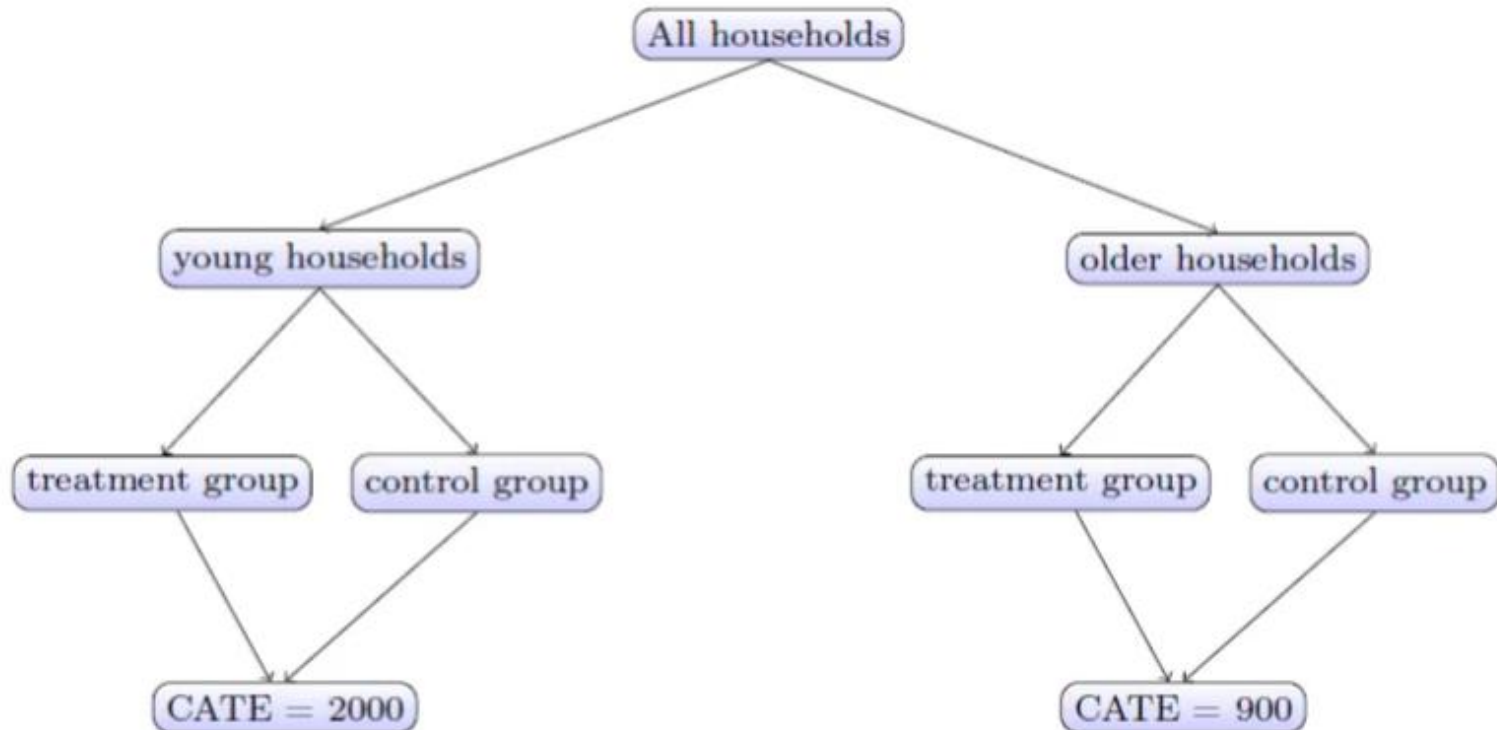


# Nekatere najbolj znane metode – pristopi večkrakih banditov in adaptivni vzročni dizajni



# Nekatere najbolj znane metode – vzročni naključni gozdovi

Differences in CATE for young and older households from the Moroccan microcredit dataset. Image from [Jacob \(2021\)](#).



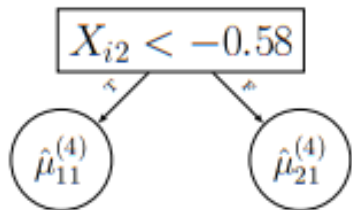
```
11 fit_sf = gd.DataFrame(fit, columns=['fb'])
```

```
12 fit_of = gd.DataFrame(fit, columns=['of'])
```

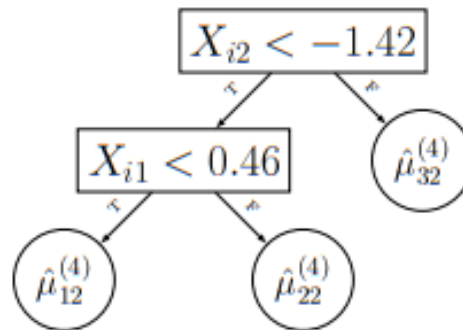
# Nekatere najbolj znane metode – Bayesova aditivna regresijska drevesa (BART)

Iteration 4

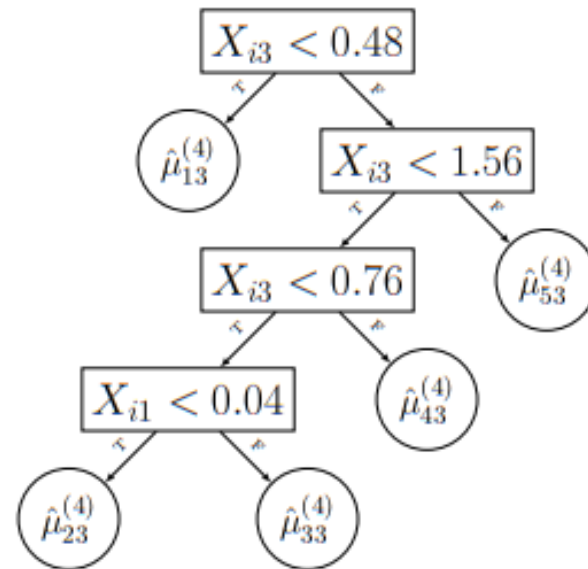
Tree 1



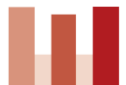
Tree 2



Tree 3



Tree 4



# Nekateri sodobnejši trendi razvoja

- Razvoj grafičnih modelov vzročnosti

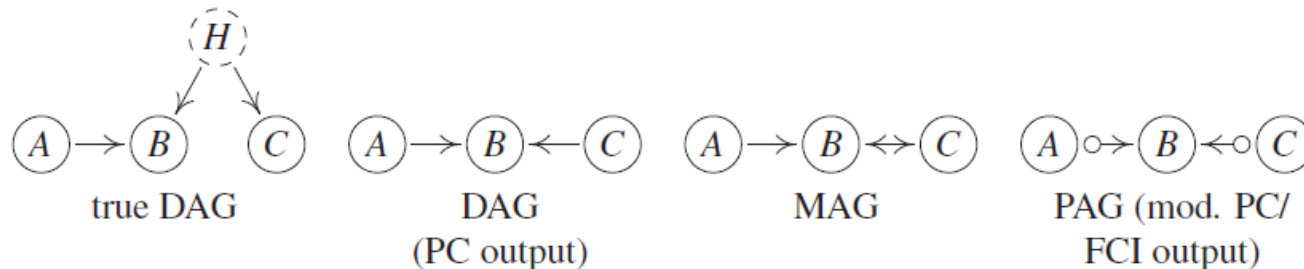


Figure 9.3: Starting with an SCM on the left-hand side, the three graphs on the right encode the set of conditional independences ( $A \perp\!\!\!\perp C$ ). Due to an erroneous causal interpretation, the DAG is not desirable as an output of a causal learning method. In this example, the IPG and the latent projection (ADMG) are equal to the MAG.

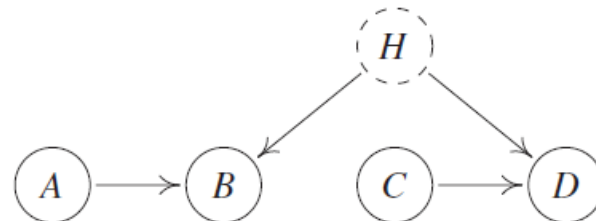
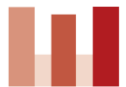


Figure 9.4: This example is taken from Richardson and Spirtes [2002, Figure 2(i)]. It shows that DAGs are not closed under marginalization. There is no DAG over nodes  $\mathbf{O} = \{A, B, C, D\}$  that encodes all conditional independences from the graph including  $H$ .





# Nekateri sodobnejši trendi razvoja

- Vzročnost v strojnem učenju in podatkovni znanosti: causal AI

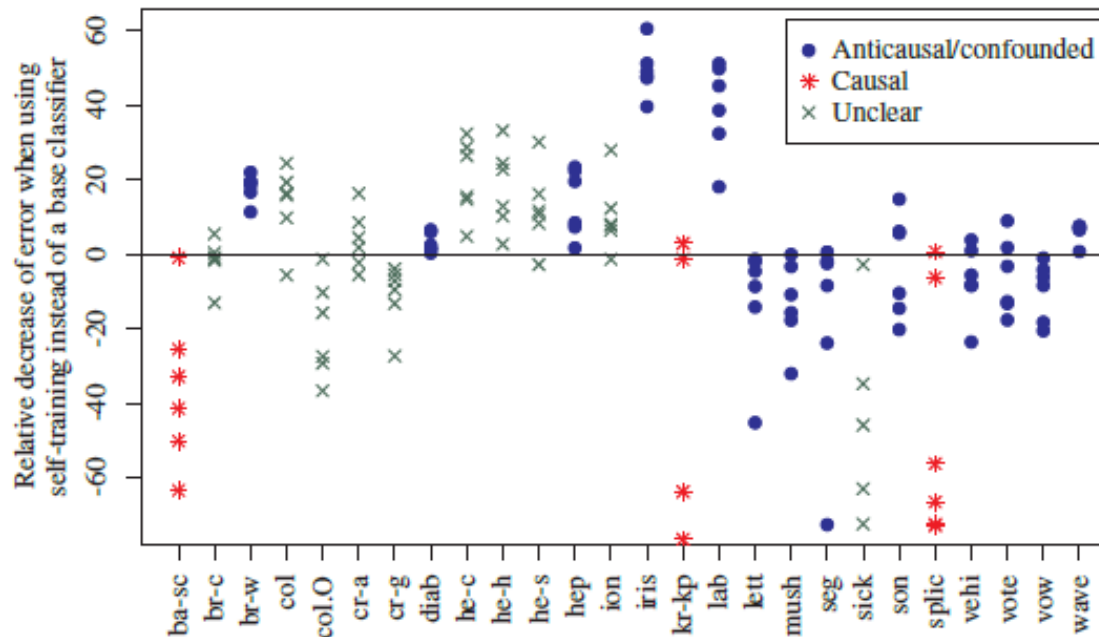
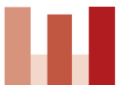


Figure 5.2: The benefit of SSL depends on the causal structure. Each column of points corresponds to a benchmark data set from the UCI repository and shows the performance of six different base classifiers augmented with self-training, a generic method for SSL. Performance is measured by percentage decrease of error relative to the base classifier, that is,  $(\text{error}(\text{base}) - \text{error}(\text{self-train})) / \text{error}(\text{base})$ . Self-training overall does not help for the causal data sets, but it does help for some of the anticausal/confounded data sets [from Schölkopf et al., 2012].



# Nekateri sodobnejši trendi razvoja

- Pomen Bayesovih pristopov v analizi vzročnosti  
Choice of nonparametric priors: A toy example

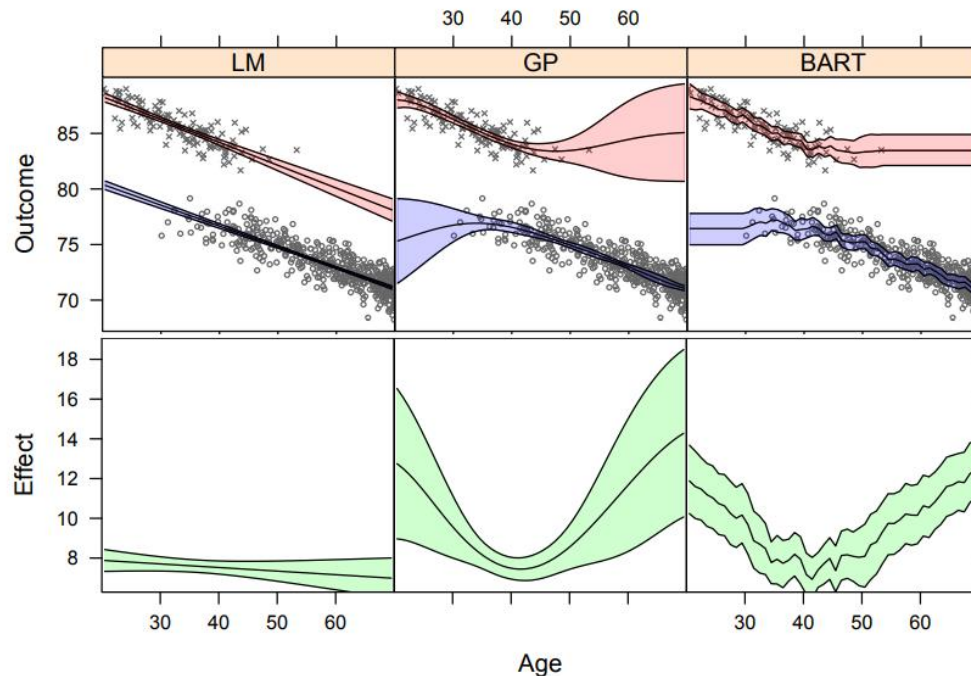
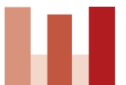


Figure: Estimates of counterfactuals and CATE and corresponding uncertainty band as a function of the single covariate 'Age' by: linear model (LM), Gaussian Process (GP), BART. ×: treated; ○: control.



# Nekateri sodobnejši trendi razvoja

- Vzročnost za visokodimenzionalne podatke

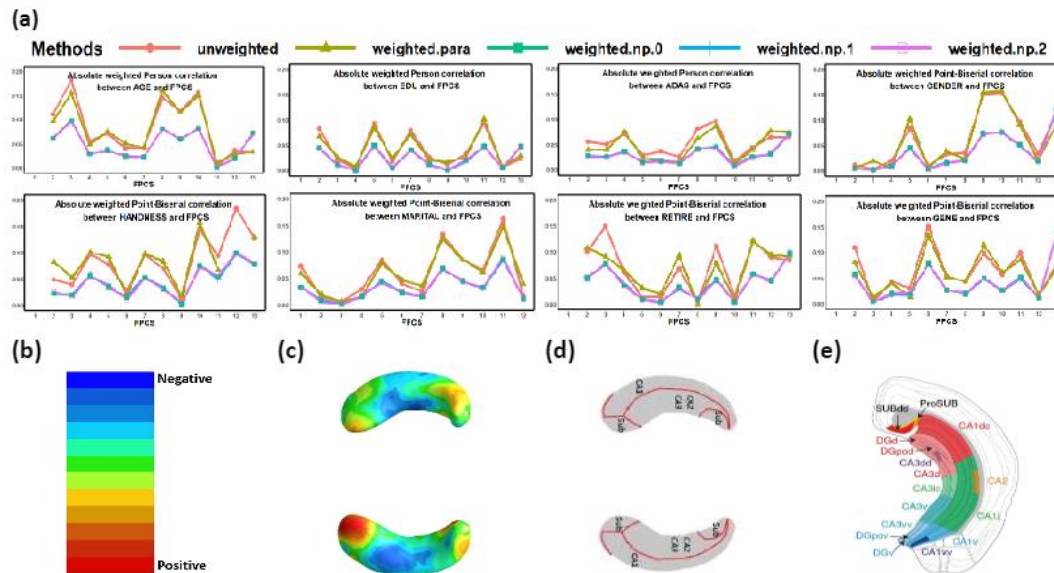
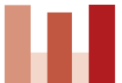


Figure 2: ADNI data analysis results: (a) The covariate balancing comparison between the first thirteen FPCS of the image and each covariate when using equal weights (unweighted), parametric weights (weighted.param), and nonparametric weights with  $\rho_0 = 0.1/N$  (weighted.nonparametric.0),  $\rho_1 = 1/N$  (weighted.nonparametric.1), and  $\rho_2 = 0.01/N$  (weighted.nonparametric.2). The weighted absolute Pearson and Point-Biserial correlation is calculated for continuous and categorical covariates, respectively. (b) The color bar illustration. (c) The estimated coefficient function  $\hat{\beta}_{\text{FIPW.nonparametric.0}}(\cdot)$ . (d) The hippocampal subfields from Kong et al. (2018). (e) Newly found refined organizational hippocampal subfields by Bienkowski et al. (2018).



# Nekateri sodobnejši trendi razvoja

- Vzročnost za podatke časovnih vrst

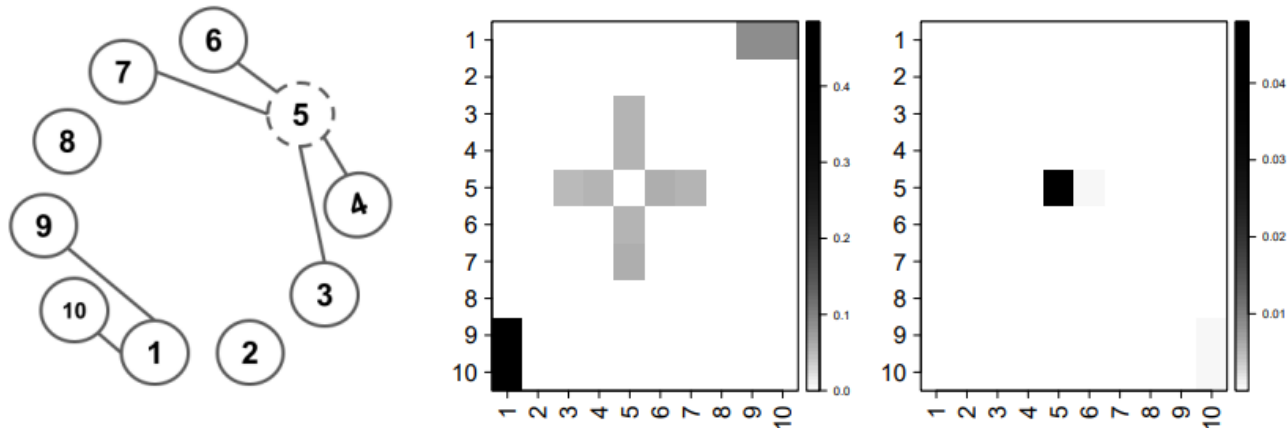
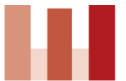


Figure 4: NonStGM selection with node-wise regression for a  $p = 10$  dimensional system. [Left]: True graph structure. [Middle]: Heat map of  $\hat{W}_{self}$  showing conditional noncorrelation captured by the edges. [Right]: Heat map of  $\hat{W}_{other}$  showing conditional nonstationarity of node 5. Results are aggregated over 20 replicates.



# Sklep

- Področje vzročnega sklepanja je še mlado in dokaj neraziskano področje, posebej v matematičnem smislu
- Napovedi so, da bo tvorilo *enega ključnih ogroditelj* eksplozivnega razvoja umetne inteligence oziroma „dobe AI“, v kateri naj bi se po nekaterih trenutnih izjavah že nahajali z razvojem velikih jezikovnih modelov (ChatGPT) – data science!
- Trenutno je razpeto med dva med seboj rivalska pristopa – potential outcome ter directed acyclic graphs (alternativi temu: Philip Dawid; T. Richardson in J. Robins: Single World Intervention Graphs/SWIG)
- Različni pogledi v statistiki in ekonometriji; povezave z verjetnostjo
- Trenuten razvoj grafičnih modelov, ki so v ospredju raziskovanj (npr. MPDAG, CPDAG, PAG, MAG)
- Trenutno osrednje teme pristopa potencialnih izidov: multivalued treatments; metode sintetičnih kontrol; povezave z Bayesovimi pristopi in strojnim učenjem (heterogenost tretmajev in drugačni načrti/dizajni vzročnih študij)
- Področje, ki obeta velikanski razvoj v prihodnjih letih!



NAJLEPŠA HVALA ZA POSLUŠANJE  
(IN VPRAŠANJA)!

[srakara@ier.si](mailto:srakara@ier.si)

